

博士(工学)学位論文

多孔板を含む音場の数値解析法に関する研究

2013年3月

成蹊大学大学院 理工学研究科 理工学専攻

次橋 一樹

目次

第 1 章. 緒論	1
1.1. 緒言	1
1.2. 従来の研究の概要	5
1.2.1. 多孔板を含む音場の解析手法に関する研究	5
1.2.2. 音響連成振動する多孔板を含む音場の解析手法に関する研究	7
1.3. 本研究の目的と概要	8
第 2 章. 多孔板を含む音場の数値解析手法	9
2.1. 緒言	9
2.2. 解析手法	11
2.2.1. 多孔板を含む音場のモデル化	11
2.2.2. 境界要素法による音場の定式化	12
2.2.3. 多孔板の吸音モデル	21
2.3. 解析手法の有効性の検証(1):1次元伝達マトリクス法との比較	25
2.4. 解析手法の有効性の検証(2):音響管内斜入射実験との比較	27
2.4.1. 検証対象と実験結果	27
2.4.2. 解析結果	33
2.5. 実問題への適用:中空二重壁(自動車ドア)の高遮音化	38
2.5.1. 数値解析による多孔板最適配置の検討	38
2.5.2. 多孔板による遮音性能向上効果の確認	44
2.6. 結言	48
第 3 章. 振動する板を含む音場の数値解析手法	49
3.1. 緒言	49
3.2. 解析手法	50
3.2.1. 振動する板を含む音場のモデル化	50
3.2.2. 境界要素法による音場の定式化	51

3.2.3.	有限要素法による板の定式化	52
3.2.4.	音場と板振動の連成挙動のモデル化	67
3.3.	解析手法の有効性の検証:短冊板音圧励振実験との比較	71
3.3.1.	検証対象	71
3.3.2.	実験結果と解析結果	72
3.4.	結言	74
第 4 章.	振動する多孔板を含む音場の数値解析手法	75
4.1.	緒言	75
4.2.	解析手法	76
4.2.1.	多孔板を含む音場のモデル化	76
4.2.2.	境界要素法による音場の定式化	77
4.2.3.	有限要素法による多孔板の定式化	77
4.2.4.	音場と多孔板振動の連成挙動のモデル化	78
4.3.	解析手法の有効性の検証:音響管実験との比較	82
4.3.1.	検証対象	82
4.3.2.	実験結果と解析結果	84
4.3.3.	多孔板の吸音特性に影響を与える因子に関する考察	85
4.3.3.1.	多孔板振動の構造減衰の影響	86
4.3.3.2.	多孔板周囲拘束の不均一性の影響	88
4.3.3.3.	媒質温度の影響	91
4.4.	実問題への適用:固体放射音の低減	93
4.4.1.	多孔板による固体音低減効果とその予測	94
4.4.2.	固体音低減構造の設計指針	98
4.5.	結言	102
第 5 章.	振動する多孔板を含む音場の数値解析手法(多孔板の非線形吸音特性を 考慮する場合)	103
5.1.	緒言	103
5.2.	多孔板の音響連成振動と非線形吸音特性の相乗効果	104
5.2.1.	実験方法	104

5.2.2. 実験結果	105
5.3. 振動する非線形多孔板を含む音場の予測	107
5.3.1. 多孔板の振動と非線形特性を考慮した吸音モデル	107
5.3.2. 解析結果	108
5.4. 結言	111
第 6 章. 結論	113

参考文献

関連論文・講演発表・発明

第1章. 緒論

1.1. 緒言

まず初めに、機械製品の騒音性能および低騒音化開発を取り巻く状況について述べる。

近年、私たちの身の回りにあるエアコン、掃除機、コンピュータ、デジタル複合機などの家電や事務機器、自動車、鉄道などの輸送機器、さらにはコンプレッサ、建設機械などの産業機械に至るまで、低騒音であることが重要で欠くことのできない商品性の1つとなっている。その理由はユーザ要求の高まり、法規制や業界規準などそれぞれであるが、製品カタログにその機器の主たる性能・機能とともに騒音レベルが併記されていることから明らかである。例えば、あるメーカの掃除機は2009年に63dBであった運転音を2010年には55dB、2011年には53dBと年々静音化して、ユーザ要求の高まりに対応している。建設機械においては、国内では1997年より国土交通省による低騒音型建設機械、超低騒音型建設機械(低騒音より6dB低騒音)の型式指定制度が実施されており、また、EUでは2002年より騒音規制が実施され、2006年にはさらに3dB厳しい規制となっている。

一方、機械製品の主たる性能の向上は著しく、それに伴う大出力化、大型化、高速化などにより、機械に内包される騒音源はますます増大している。また、しばしば低騒音化と相反する開発要件になる低コスト、省エネ性能(そのための軽量化)、冷却性能(そのための密閉性の緩和)、省スペース(高密度化)などの要求も高くなっている。先にも取り上げた掃除機では、主たる性能である吸引風量をモータの高出力化により5倍に高めながら運転音を維持した例も見られる。また、建設機械のショベルでは、狭小地での作業性向上のための後方小旋回化により、エンジンルームが縮小され、低騒音化対策がより困難になったという事例がある。

以上のように対応の困難さが増しているユーザ動向、市場環境の中で、機械製品のメーカ企業は低騒音であることを重要な性能要件と設定して製品開発を進めており、その目標達成にはますます高度な技術が必要となっていると言える。

次に、機械製品の低騒音化手法について考える。

機械の低騒音化に対して最も優先すべきは騒音源対策、すなわち、騒音源（例えば、自動車におけるエンジンの音響放射パワー）を小さくする、あるいは、その極近傍に騒音を封じ込めることである。しかし、実状として騒音源対策は低騒音化要求に対して十分なレベルに達しておらず、その結果、騒音源から放射された音波に対する対策が必要になってくる。騒音源対策が不十分である理由は、騒音源はその機械の主たる性能を実現するのが最優先であること、騒音源近傍は熱、油など騒音対策部材にとって過酷な環境であることなどが考えられる。

次善の策である放射され空間を伝搬している音波に対する対策としては、吸音と遮音という手段がある。吸音とは音波のエネルギーを熱エネルギーなどに変換することにより音波を減衰させることであり、例えば、自動車のエンジンフードの裏側には吸音材が設けられており、エンジンから放射された騒音をそこで吸収して、エンジンルームの外に漏れる騒音を低減している。吸音材として最も普及しているのはグラスウールなどの繊維系素材を成型したものであるが、近年、ウレタンスポンジなどの発砲樹脂素材を成型した吸音材や板状の部材に微細な孔を多数設けた多孔板とその背後に設けられた空気層からなる吸音部材も開発され活用が進んでいる。一方の遮音は騒音源を板状の部材などで囲い、騒音の機械外部への漏洩を抑制することであり、例えば、自動車のエンジンフードは遮音部材としての役割も担っており、また、コンプレッサなど産業機械のカバーも遮音を目的としたものである。しかし、多くの機械で冷却機能が必要とされ、冷却空気を取り入れ、排気するための開口を設けると遮音性能が劣化するという問題があり、結果として、吸音対策に期待することが多くなっている。また、吸音、遮音による対策はコスト増大という問題を生じさせる。吸音、遮音は騒音源から放射された音波の伝搬経路における対策であるため、自ずと対策面積が大きくなり、吸音材、遮音材の使用量が多くなるからである。

以上のような実状の中にあって、いかに吸音材、遮音材を効果的に使用して低コストな対策を実現するか、および、そのような対策構造をいかにして検討・設計するかが今後の重要な技術課題になってくると考えられる。前者の課題については、前出の多孔板を用いた吸音部材の活用が解決策の1つであると考えている。低コスト対策を実現するには騒音源の近傍で対策することが重要であるが、多孔板は素材を適切に選

べば(例えば, アルミ, 鋼などの金属製), 前述した騒音源対策の困難さの理由である過酷な環境にも耐えうる吸音部材を実現可能だからである.

次に, メーカー企業の開発現場の状況について述べる.

上述の機械製品を取り巻くユーザ動向, 市場環境は製品開発の進め方にも影響を与える. 低コスト化要求は製品の製造原価だけが対象ではなく, 開発コストにも求められる. すなわち, 開発の効率化(期間短縮, 省力化)が求められ, 各開発過程における試行錯誤や手戻り(開発要件未達などの不具合により開発の前段階に戻ることを)を排除することが重要な課題となる. しかも, 上述のように製品の高性能化によって機械への投入エネルギーはその製品にとって未知の領域に達し, 相反する開発要件が増加しているという状況である.

課題解決の1つの手段として, 多くの企業が製品開発の効率化を目指したフロントローディングと呼ばれる製品開発工程の導入を進めている. フロントローディングとは製品開発の初期工程に多くの資源を投入し, 開発初期での製品完成度を高めるという考えである. その結果として, より多くのコストを要する後期工程での開発やり直しを回避できるのである. 低騒音化などの性能開発に対してこれを実行するという事は, 開発初期の机上検討を高精度化, すなわち, 製品, 部品の試作品が無い段階で性能を予測・評価し, 性能要件達成に向けた設計変更をほぼ終えてしまうということである. これの実現に必要不可欠で, 近年, 開発現場での活用が進んでいるのが数値解析(コンピュータシミュレーション)を用いた性能事前予測技術である. 構造の変形や強度を予測する有限要素法による構造解析は古くから開発現場で普及しているが, 近年では流体解析, 熱解析, そして, さらに少し遅れているが本研究の対象である音場解析も活用が進んでいる.

このようにメーカー企業の開発現場では, 開発の効率化も重要な課題と捉えて, 新たな開発手法や設計技術を取り入れながら製品開発を実施している. また, 事前予測技術の活用は, 前項の最後に述べた技術課題(対策構造の検討・設計手法の確立)の解決にも繋がり, 今後もより一層普及すると考えられる.

以上に述べてきたことをまとめると、

- 機械製品の高性能化，要求性能の複雑化の中で，低騒音であることは今後も機械製品の重要な性能要件であり，その達成には従来以上に高度な技術が必要とされる。
- 低騒音化対策が低コストであることも重要な開発要件であり，吸音，遮音を効率的に駆使して，低騒音構造を実現することが技術課題である。高効率に吸音を付与する手段として，多孔板を用いた吸音部材の活用が有望である。
- 低コスト化は開発工程にも求められ，数値解析を用いた開発初期段階の机上検討の高精度化が技術課題である。

となる。

このような背景から，本研究では，機械製品の低騒音化，および，その設計効率化に資する「多孔板を含む音場の予測技術」の獲得を目的として，下記について検討する。

- (1)多孔板を含む音場の数値解析手法
- (2)音響連成振動する多孔板を含む音場の数値解析手法

1.2. 従来の研究の概要

本節では、多孔板を含む音場の解析手法に関して、本研究に関係の深い従来の研究について概説する。

本研究で取り上げる多孔板は、多数の孔を設けた板状の部材であり、背後に空気層を設けることで吸音性を発揮することが知られており、建築音響の分野⁽¹⁾やジェットエンジンの周囲のような非常に高音圧な環境下での騒音対策⁽²⁾などに古くから活用されてきた。近年では、孔加工技術の発展にともなって孔を微細化できるようになり、従来から多用されているグラスウールなどの多孔質吸音材と同等以上の吸音性能を得ることも可能となり、その活用分野は多岐に広がりを見せている⁽³⁾⁽⁴⁾。

以下で、本研究の対象である「多孔板を含む音場の解析手法」、「音響連成振動する多孔板を含む音場の解析手法」に関する従来の研究について述べる。

1.2.1. 多孔板を含む音場の解析手法に関する研究

多孔板の吸音特性やそのメカニズムについては、Ingard⁽⁵⁾、Melling⁽⁶⁾、Maa⁽⁷⁾⁽⁸⁾、高橋ら⁽⁹⁾により古くから実験的、理論的な研究がなされており、そのメカニズムは、孔内の媒質が交番的に往復運動することによる孔内壁面との摩擦と孔から噴出した流れが渦になることによるエネルギー消散と考えられている。特に、渦によるエネルギー消散は孔内媒質の振動速度に対して非線形な特性を持っており、高音圧環境下で大きな吸音効果をもたらす。また、これらの研究により多孔板吸音モデル、すなわち、多孔板の音響特性を記述する音響インピーダンスモデル(多孔板の表裏の音圧と多孔板法線方向の媒質粒子速度の関係)が多数提案されており、多くの分野でその有用性が検証されている⁽²⁾⁽¹⁰⁾。

多孔板および背後空気層とその周囲壁面を含めた吸音構造が一次元音場として取り扱える構造である場合には、1次元伝達マトリクス法⁽¹¹⁾に音響インピーダンスモデルを適用することにより、吸音構造(背後空気層も含めた)表面上の音響インピーダンス

を計算でき、そこから吸音性能を算出できる。また、無限大平面の吸音構造表面に平面波が入射する場合⁽¹²⁾など限られた問題は、上述の音響インピーダンスを境界条件として与えることによって、多孔板を含む音場を理論解析的に解くことが可能である。しかし、多孔板が実際に使用される機械製品内部の音場は複雑な3次元形状であり、吸音構造もサイズは有限で任意の形状をしており、ともなう、吸音構造への音波入射条件も複雑になるので、実製品の開発における理論解析的手法の活用は限定的である。

任意形状の音場、吸音構造に対しても有効な音場の予測手法として、有限要素法（以下、FEM）⁽¹³⁾や境界要素法（以下、BEM）⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾を用いる数値解析手法が確立されている⁽¹⁷⁾。FEMによる音場解析は、波動方程式から導出する領域積分方程式を解析対象の空間領域を要素分割して離散化することによりマトリクス方程式を作成する。空間領域を要素分割することから、温度分布がある場合など不均一媒質の取り扱いが容易であるが、基本的に閉空間が対象であり、無限空間を解くのは困難を伴う。一方、BEMによる音場解析は、波動方程式から導出する境界積分方程式を解析対象の空間領域の境界を要素分割して離散化することによりマトリクス方程式を作成する。閉空間だけでなく開空間も同様の取り扱いで計算可能であるが、境界を要素分割することから不均一媒質の取り扱いが複雑になる。計算コストについては、自由度数すなわちマトリクス方程式の次元数はFEMが圧倒的に多くなるが、BEMのマトリクスが密マトリクスであるのに対してFEMはバンドマトリクスであり求解が比較的容易であることから、必ずしも自由度数の少ないBEMが有利とは言えない。このように解析対象の制約、計算コストにおいて、FEMとBEMは一長一短あり、問題に応じて適切に使い分ける必要がある。本研究で適用先として想定している機械製品では、前章で述べたように、機械（の防音カバー）の内部の音場と外部の音場を同時に計算する必要があるため、以下では、外部の無限空間の取り扱いが容易である境界要素法に着目する。

境界要素法に多孔板を組み込む手法として、最も単純な手法は孔1つ1つを要素分割で表現することであるが、この手法は要素数が膨大になり、機械製品の実構造を対象とした場合には非現実的である。これに対して田中ら⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾は、多孔板の孔部以外だけを要素分割し、孔部は各孔を1要素として扱う手法を提案し、計算時間短縮効果を示した。一方、杉本ら⁽²⁰⁾⁽²¹⁾は、多孔板により複数の領域に分割されている音場に対し

て、それぞれの領域に境界要素法を適用し、両領域の界面上要素を多孔板の特性を記述した伝達マトリクスで接続して連立させる手法を提案し、その有効性を確認している。この手法では、多孔板の特性を巨視的に(多数の孔の作用を一括して平均的に)取り扱うので、計算コスト面でも前者よりも有利である。ただし、ここで紹介した3手法は吸音効果を有していない(孔が大きい)多孔板を対象にしたものであり、吸音効果を考慮した多孔板について同様の手法の有効性を確認した報告は見られない。

1.2.2. 音響連成振動する多孔板を含む音場の解析手法に関する研究

多孔板が音響連成振動している場合の音場の予測についても同様で、理論解析では、単純な形状の音場と吸音構造、単純な音波入射条件、加えて、単純な機械的加振力に対してのみ予測が可能である。例えば、Takahashi, Toyodaら⁽²²⁾⁽²³⁾⁽²⁴⁾やSakagamiら⁽²⁵⁾は、無限大の多孔板に平面波が斜めに入射して多孔板が励振されたときの吸音性能や、無限大の多孔板あるいは剛壁面に囲まれた矩形断面管内に支持された多孔板を点加振した際の多孔板からの放射音を、理論解析により予測している。また、多孔板の裏面(背後空気層側)がハニカムコアで裏打ちされている場合についても、予測できるようになっている。

数値解析については、孔のない板に対しては、板に有限要素法を、音場に境界要素法を適用する解析手法⁽²⁶⁾⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾などが確立されている。しかし、多孔板を組み込んだ解析手法の提案は見当たらない。

1.3. 本研究の目的と概要

以上の背景から、本研究は

- (1) 多孔板を含む音場の数値解析手法
- (2) 音響連成振動する多孔板を含む音場の数値解析手法

の確立を目的とする。

この目的の達成に向けて実施した研究内容の概要を以下に記す。

第2章では、「多孔板を含む音場の数値解析法」に関して、多孔板により複数の領域に分割されている音場に対して、それぞれの音場に境界要素法を適用して各音場のマトリクス方程式を作成し、多孔板の表／裏の物理量を多孔板吸音モデルで結合するという数値解析法を提案する。使用した多孔板吸音モデルは孔貫通方向（板厚方向）の現象のみを考慮した1次元モデルであり、音波が多孔板に斜めに入射した際の音場と多孔板との接合面における局所作用の仮定の妥当性や同接合面において一様ではない音圧分布や位相分布が存在する場合への適用性が懸念されるので、実験との比較により本解析法の3次元音場での有効性を検証する。

第3章では、「音響連成振動する多孔板を含む音場の数値解析法」の検討に先立って、孔のない板が音響連成振動する場合について、板振動に有限要素法を、音場に境界要素法を適用した音場－構造連成解析手法の有効性を検証する。

第4章および第5章では、「音響連成振動する多孔板を含む音場の数値解析法」に関して、前章の音場－構造連成解析手法における板と音場の物理量を関係付ける連成関係式に多孔板吸音モデルを組み込む手法を考案する。そして、吸音特性の非線形性が発現しない場合（第4章）、発現している場合（第5章）について、実験との比較により本解析法の有効性を検証する。

また、第2章、第4章において、より実際の製品開発に近い問題に対して数値解析を適用し、その有用性を検証する。第2章では自動車ドアの高遮音化に向けたドア内の多孔板最適配置設計問題に、第4章では振動している構造体からの放射音の低減に向けた多孔吸音構造最適設計問題に適用する。

第2章. 多孔板を含む音場の数値解析手法

2.1. 緒言

本章では、境界要素法による多孔板を含む3次元音場の数値解析手法について提案する。ここでは、多孔板は音場の中で静止している、すなわち、多孔板表面上の音圧によって連成振動せず、また、多孔板構造に直接作用する機械的加振力も存在しないものとする。

機械製品などの低騒音化のための防音構造を効率的（構造として、また、開発工程として）に実現するためには、機械内部の音場（音圧と媒質粒子速度の分布とその周波数特性）を事前に把握して、吸音構造を最適に設計し、配置することが重要である。すなわち、吸音構造を含む任意形状の音場を精度良く予測することが技術課題である。

本研究で取り上げる多孔板の吸音特性については前章でも述べたとおり、古くから実験的、理論的な研究^{(5)~(9)}がなされており、そのメカニズムは、孔内における空気と内壁面との摩擦による粘性減衰および空気が孔から噴出する際に生じる渦による圧力損失減衰によると考えられる。近年、孔加工技術の発展に伴って孔を細孔化して粘性減衰効果を高めることにより、従来から多用されているグラスウールなどの多孔質吸音材と同等以上の吸音性能を得ることも可能となり、また、金属素材を用いることにより耐候性、耐久性、あるいは、リサイクル性などに優れた吸音構造を実現できることから、多方面で多孔板吸音構造を利用した防音構造が実用化されている⁽³⁾⁽⁴⁾。

多孔板吸音モデルに関する研究^{(5)~(10)}は、吸音構造の合理的な設計のために有益で、それらを1次元伝達マトリクス法⁽¹¹⁾と組み合わせることにより、孔径、開孔率、板厚、および、空気層の厚みを設計パラメータとして、対象の周波数帯域で所要の垂直入射吸音率を実現する吸音構造の設計も可能となった。また、吸音構造が無等大サイズで周期的な形状であれば、斜めに音波が入射する場合についても、理論解析による吸音特性の予測手法が確立されている⁽²⁵⁾。しかし、これら理論解析的な手法では、実際の機械製品の内部音場の予測は不可能である。機械内部の音場は複雑な3次

元形状であり、吸音構造もサイズは有限で任意の形状をしており、吸音構造への音波入射条件も複雑になるからである。

そこで本章では、多孔板を含む3次元音場の数値解析手法を提案する。3次元音場の数値解析については前章でも述べたとおり、有限要素法⁽¹³⁾、境界要素法⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾が多方面で活用されている⁽¹⁷⁾が、本研究で適用先として想定している機械製品では機械(の防音カバー)の内部の音場と外部の音場を同時に計算する必要があるので、外部の無限空間の取り扱いが容易である境界要素法を用いることとする。多孔板の吸音特性のモデル化については、減衰効果を有しない(孔が大きい)多孔板により複数の領域に分割されている音場に対して、解析領域を多孔板表裏両側の領域に分割し、両領域の界面上要素を伝達マトリクスで接続して連立させる解法⁽²⁰⁾⁽²¹⁾に、宇津野ら⁽¹⁰⁾による多孔板吸音モデルを適用する方法を試みる。本吸音モデルは孔貫通方向(板厚方向)の現象のみを考慮した1次元モデルであるので、3次元音場に対する有効性、すなわち、音波が多孔板に斜めに入射した際の音場と多孔板との接合面における局所作用の仮定の妥当性や同接合面において一様ではない音圧分布や位相分布が存在する場合への適用性について、実験との比較により検証する。さらに、二重壁構造体の高遮音化に向けた構造体中空部内の多孔板最適配置設計問題に同法を適用して、その有用性を確認する。

2.2. 解析手法

2.2.1. 多孔板を含む音場のモデル化

多孔板を含む音場の例として図2.1に示す音場を取り上げ、数値モデル化手法について説明する. この音場は音圧によって連成振動しない多孔板によって2つの領域(領域 I と II)に分割されている. 図2.1(b)に示すように, 領域 I, II の多孔板に接する境界をそれぞれ Γ_{Ip} , Γ_{Iip} とし, それ以外の境界をそれぞれ Γ_I , Γ_{II} とする.

まず, 領域 I, II それぞれに境界要素法を適用し, 各音場についてのマトリクス方程式を作成する. その際, 両領域の多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{Iip} は同じ要素分割とする. そして, 多孔板を挟んで互いに対面する2つの要素の状態量である音圧と粒子速度を多孔板の吸音モデル⁽¹⁰⁾で構成される伝達マトリクスで関連付け, 両領域 I, II の離散マトリクス方程式を連立することにより, 多孔板を含んだ全音場の全体マトリクス方程式を導く. なお, 本手法で用いる多孔板の吸音モデルは, 多孔板の吸音メカニズムを巨視的に(多数の孔の作用を一括して)表現可能なモデルとし, 要素における個々の孔位置については考慮しない.

以下で, 各音場に対する境界要素法によるマトリクス方程式の導出, 多孔板の吸音モデルを用いた両音場の関係付け手法, 多孔板を含んだ全音場の全体マトリクス方程式の導出について説明する.

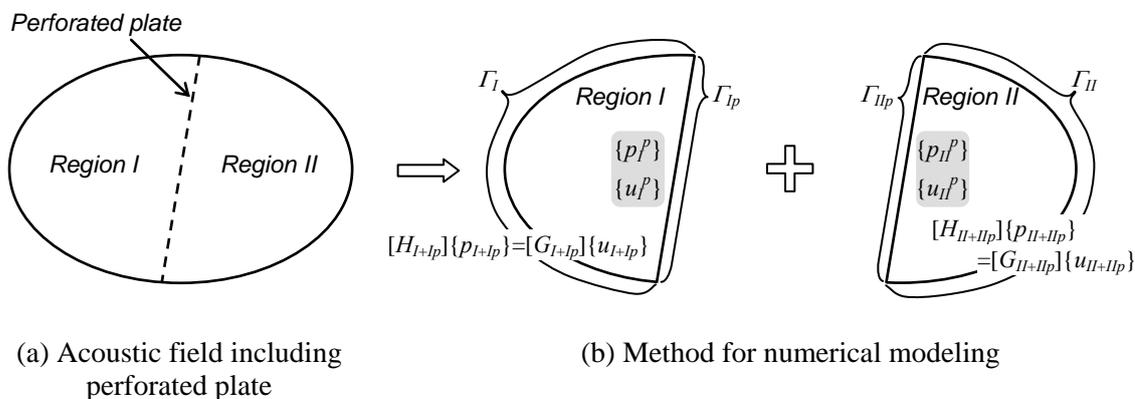


Fig. 2.1 Numerical modeling for acoustic field including perforated plate

2.2.2. 境界要素法による音場の定式化

図2.2に示す多孔板のない閉じた単一の3次元音場(内部音場)に対する離散マトリクス方程式の一般的表記の導出について, 文献(15)(16)(29)を参考にして整理する. 同図において, 音場領域を Ω , 音場を囲む境界を Γ とする. 他の記号については後述する.

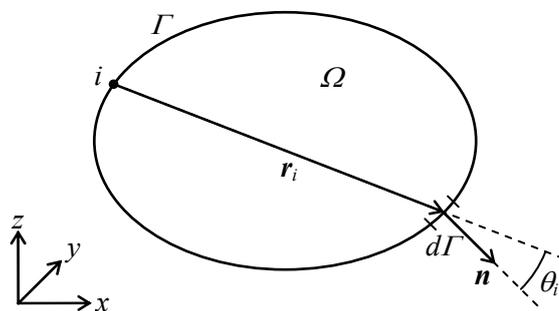


Fig. 2.2 Internal acoustic field

始めに, 3次元空間における音波(微小振幅を仮定)の伝搬を支配する波動方程式を導出する.

図2.3に示すように各辺が x, y, z 軸に平行で, それぞれの長さが $\delta x, \delta y, \delta z$ である微小直方体要素を設定して, まず, この微小要素の運動について考える. 時刻 t において x 軸に垂直な面A上の音圧を P とすると, 面Aから δx だけ離れた面B上の音圧はテイラー展開の1次近似を用いると $P + (\partial P / \partial x) \delta x$ となる. すなわち, 微小直方体に作用する x 方向の力は

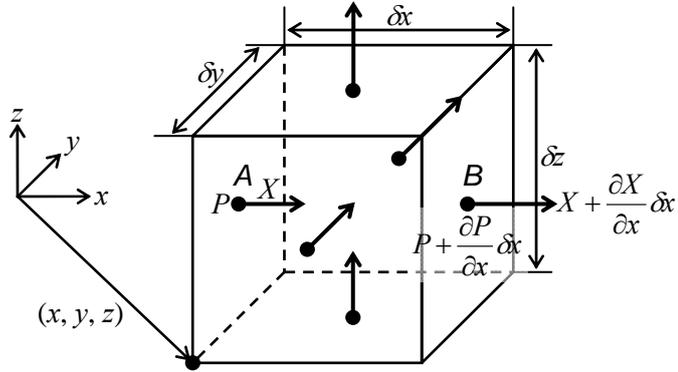


Fig. 2.3 Micro rectangular solid in acoustic field

$$P \delta y \delta z - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \delta x \right) \delta y \delta z = -\frac{\partial P}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.1)$$

である. 同様にして, y および z 方向については

$$P \delta z \delta x - \left(P + \frac{\partial P}{\partial y} \delta y \right) \delta z \delta x = -\frac{\partial P}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (2.2)$$

$$P \delta x \delta y - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} \delta z \right) \delta x \delta y = -\frac{\partial P}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.3)$$

となる. したがって, 微小直方体の各方向に運動の第2法則を適用すると,

$$\rho \delta x \delta y \delta z \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.4)$$

$$\rho \delta x \delta y \delta z \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (2.5)$$

$$\rho \delta x \delta y \delta z \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.6)$$

となり, 整理することで, x, y, z 各方向に対する運動方程式

$$\rho \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.7)$$

$$\rho \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.8)$$

$$\rho \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.9)$$

が求まる. ここで, ρ は媒質の密度であり, X, Y, Z は媒質粒子の x, y, z 方向の振動変位である. なお, 音圧による媒質密度の変化量は微小であるので, 密度 ρ は一定値とする. 媒質粒子の振動速度 $\dot{X} = \partial X / \partial t$, $\dot{Y} = \partial Y / \partial t$, $\dot{Z} = \partial Z / \partial t$ を用いて書き直すと,

$$\frac{\partial \dot{X}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \dot{Y}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \dot{Z}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.12)$$

となる.

次に, 音波の伝搬に伴う微小直方体の体積変化とそれによる圧力変化について考える. 微小直方体が平衡状態にあるときの体積 V は $\delta x \delta y \delta z$ である. 時刻 t において面 **A** の振動変位を X とすると, 面 **B** の振動変位は音圧 P と同様にして $X + (\partial X / \partial x) \delta x$ となる. すなわち, x 方向の媒質粒子の移動に伴う体積変化は

$$\left(X + \frac{\partial X}{\partial x} \delta x \right) \delta y \delta z - X \delta y \delta z = \frac{\partial X}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.13)$$

となり, 同様にして, y および z 方向については

$$\left(Y + \frac{\partial Y}{\partial y} \delta y \right) \delta z \delta x - Y \delta z \delta x = \frac{\partial Y}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (2.14)$$

$$\left(Z + \frac{\partial Z}{\partial z} \delta z \right) \delta x \delta y - Z \delta x \delta y = \frac{\partial Z}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.15)$$

となる. したがって, 媒質粒子の移動に伴う微小直方体の体積変化量は

$$\Delta V = \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.16)$$

であり, 媒質の体積弾性率を K とすると, 微小振幅に対しては次式の関係が得られる.

$$P = -K \frac{\Delta V}{V} = -K \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \quad (2.17)$$

式(2.17)の両辺を1回および2回時間微分すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= -K \left(\frac{\partial^2 X}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 Y}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 Z}{\partial z \partial t} \right) \\ &= -K \left(\frac{\partial \dot{X}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{Z}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -K \left(\frac{\partial^2 \dot{X}}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 \dot{Y}}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 \dot{Z}}{\partial z \partial t} \right) \quad (2.19)$$

となり, 式(2.19)の右辺に式(2.10)~(2.12)を代入すると,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{K}{\rho} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right) \quad (2.20)$$

が得られる. これが, 3次元音場を支配する波動方程式(音圧による表示形式)である.
音圧振幅 p , 角振動数 ω を用いて音圧 P を

$$P = p \exp(j\omega t), \quad \frac{\partial P}{\partial t} = j\omega p \exp(j\omega t), \quad \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -\omega^2 p \exp(j\omega t) \quad (2.21)$$

とおき, 音速 $c = \sqrt{K/\rho}$ を用いると, 波動方程式(2.20)を次のように変形できる.

$$\omega^2 p + c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (2.22)$$

さらに, 波数 $k = \omega/c$ を用いると,

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (2.23)$$

と変形できる. ここで, ∇^2 はラプラス作用素で下式である.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.24)$$

式(2.22), (2.23)は, 単一の周波数成分について表示した波動方程式(ヘルムホルツ方程式)である.

次に, 境界要素法により離散化することになる境界積分方程式を導出する. 波動

方程式(2.23)に重み付き残差法を適用する. 重み関数を p^* とすると,

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 p + k^2 p) p^* d\Omega = 0 \quad (2.25)$$

となる. さらに, Green の公式, すなわち,

$$\int_{\Omega} (\phi^* \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \phi^*) d\Omega = \int_{\Gamma} \left(\phi^* \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} \right) d\Gamma \quad (2.26)$$

が二階微分可能な関数 ϕ, ϕ^* に対して成り立つことを利用すると, 式(2.25)は

$$\int_{\Gamma} \left(p^* \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial p^*}{\partial n} \right) d\Gamma + \int_{\Omega} p (\nabla^2 p^* + k^2 p^*) d\Omega = 0 \quad (2.27)$$

と変形できる. ただし, $\partial/\partial n$ は境界 Γ 上外向き法線方向の方向微分である. ここで, 重み関数を p^* として,

$$\nabla^2 p_i^* + k^2 p_i^* = -\delta_i \quad (2.28)$$

を満足する関数 p_i^* を導入する. δ_i は Dirac のデルタ関数で, 点 i においてのみ ∞ になり, 他の位置では 0 になる. 式(2.28)を満たす関数 p_i^* は基本解と呼ばれる. 式(2.27)の左辺に対して, 重み関数を p^* を基本解 p_i^* に変更し, 式(2.28)を代入して, デルタ関数の性質を考慮すると,

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} \left(p_i^* \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial p_i^*}{\partial n} \right) d\Gamma + \int_{\Omega} p (\nabla^2 p_i^* + k^2 p_i^*) d\Omega &= \int_{\Gamma} \left(p_i^* \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial p_i^*}{\partial n} \right) d\Gamma - \int_{\Omega} p \delta_i d\Omega \\ &= \int_{\Gamma} \left(p_i^* \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial p_i^*}{\partial n} \right) d\Gamma - p_i \end{aligned} \quad (2.29)$$

と変形できる. ここで, p_i は点 i ($i \in \Omega$, $i \notin \Gamma$) の音圧振幅である (図 2.2 では点 i を境界 Γ 上に記載しているが, ここでの点 i は領域 Ω 内にある). さらに, 3次元音場に対する基本解

$$p_i^* = \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \quad (2.30)$$

と, 境界上の微小領域 $dnd\Gamma$ に対する法線方向の運動方程式から求まる関係

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -j\omega\rho u \quad (2.31)$$

を代入すると, 式(2.27)から領域内の任意点 i ($i \in \Omega$, $i \notin \Gamma$) に対する積分方程式

$$p_i - \int_{\Gamma} p \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \left(jk + \frac{1}{r_i} \right) \cos\theta_i d\Gamma = -j\omega\rho \int_{\Gamma} u \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} d\Gamma \quad (2.32)$$

が求まる. ここで, p および u は境界 Γ 上の音圧と法線方向粒子速度で, 粒子速度 u は, 外向き法線方向を正とする. ρ は媒質密度で, r_i は点 i と $d\Gamma$ の距離, θ_i は点 i と $d\Gamma$ を結ぶ方向 r_i と $d\Gamma$ における外向き法線 n とのなす角度である.

境界条件として, 音場に対する加振や剛壁を表す粒子速度 u が与えられる境界 Γ_u と吸音性を付与する場合など音響インピーダンス $z = p/u$ が与えられる境界 Γ_z が存在する場合には, 式(2.32)は

$$\begin{aligned} p_i - \int_{\Gamma} p \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \left(jk + \frac{1}{r_i} \right) \cos\theta_i d\Gamma + j\omega\rho \int_{\Gamma_z} \frac{p \exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} d\Gamma \\ = -j\omega\rho \int_{\Gamma_u} u \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.33)$$

と書き換えられる.

以上は領域内部の任意点 $i (i \in \Omega, i \notin \Gamma)$ についての定式化であったが、式(2.33)を滑らかな境界上の任意点 $i (i \in \Gamma)$ に展開すると、境界上での積分方程式として、

$$\begin{aligned} p_i - \int_{\Gamma} p \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} \left(jk + \frac{1}{r_i} \right) \cos\theta_i d\Gamma + j\omega\rho \int_{\Gamma_z} \frac{p}{z} \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} d\Gamma \\ = -j\omega\rho \int_{\Gamma_u} u \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.34)$$

が得られる。

次に、境界 Γ を要素分割して、境界上での積分方程式(2.34)を離散化する。要素分割された各要素境界を Γ_s とし、粒子速度 u が与えられる境界 Γ_u 上の要素を要素番号 $s=1 \sim L$ 、音響インピーダンス z が与えられる境界 Γ_z 上の要素を要素番号 $s=L+1 \sim N$ とすると、要素 i に対する積分方程式は式(2.34)より

$$\begin{aligned} p_i - \sum_{s=1}^N \int_{\Gamma_s} p \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} \left(jk + \frac{1}{r_i} \right) \cos\theta_i d\Gamma + j\omega\rho \sum_{s=L+1}^N \int_{\Gamma_s} \frac{p}{z} \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} d\Gamma \\ = -j\omega\rho \sum_{s=1}^L \int_{\Gamma_s} u \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.35)$$

となる。さらに、各要素 Γ_s 内で音圧 p と粒子速度 u が一定とすると、

$$\sum_{s=1}^N \{ p_s (\delta_{is} - h_{is}) \} + j\omega\rho \sum_{s=L+1}^N \left(\frac{p_s}{z_s} g_{is} \right) = -j\omega\rho \sum_{s=1}^L (u_s g_{is}) \quad (2.36)$$

$$h_{is} = \int_{\Gamma_s} \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} \left(jk + \frac{1}{r_i} \right) \cos\theta_i d\Gamma \quad (2.37)$$

$$g_{is} = j\omega\rho \int_{\Gamma_s} \frac{\exp(-jkr_i)}{2\pi r_i} d\Gamma \quad (2.38)$$

となる.

全要素 ($i=1, \dots, N$) について式(2.36)~(2.38)を定式化して重ね合わせると, 音場に対する離散マトリクス方程式

$$[H]\{p\} = [G]\{u\} \quad (2.39)$$

が得られる. ここで, $\{p\}$, $\{u\}$ はそれぞれの要素における音圧 p_i と法線方向粒子速度 u_i で構成される N 行の音圧ベクトルおよび粒子速度ベクトルである. N 行 N 列の係数マトリクス $[H]$, $[G]$ の i 行 s 列成分は,

$$H_{is} = \begin{cases} \delta_{is} - h_{is} & (s \in \Gamma_u) \\ \delta_{is} - h_{is} + \frac{g_{is}}{z_s} & (s \in \Gamma_z) \end{cases} \quad (2.40)$$

$$G_{is} = \begin{cases} -g_{is} & (s \in \Gamma_u) \\ 0 & (s \in \Gamma_z) \end{cases} \quad (2.41)$$

で与えられる. なお, 式(2.37), (2.38)中の要素積分は, 本研究ではガウスの積分公式を用いた数値積分により計算した.

次いで, 図2.1(b)の2つの音場(領域 I, II)それぞれの離散マトリクス方程式を求め

る. 領域 I, II の多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} の音圧ベクトルと粒子速度ベクトルをそれぞれ $\{p_I^p\}$, $\{p_{II}^p\}$, $\{u_I^p\}$, $\{u_{II}^p\}$ とし, それ以外の境界 Γ_I , Γ_{II} に関して $\{p_I\}$, $\{p_{II}\}$, $\{u_I\}$, $\{u_{II}\}$ とすると, 領域 I, II それぞれに対する式(2.39)は,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{II} & \mathbf{H}_{IIp} \\ \mathbf{H}_{IpI} & \mathbf{H}_{IpIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I \\ \mathbf{p}_I^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{II} & \mathbf{G}_{IIp} \\ \mathbf{G}_{IpI} & \mathbf{G}_{IpIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I \\ \mathbf{u}_I^p \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{II} & \mathbf{H}_{IIp} \\ \mathbf{H}_{IIp} & \mathbf{H}_{IIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{II} \\ \mathbf{p}_{II}^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{II} & \mathbf{G}_{IIp} \\ \mathbf{G}_{IIp} & \mathbf{G}_{IIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{II} \\ \mathbf{u}_{II}^p \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

となる. ここで, \mathbf{H}_{XY} , \mathbf{G}_{XY} ($X, Y=I, Ip, II, IIp$) は, それぞれ係数マトリクス $[H]$, $[G]$ の部分マトリクスである.

式(2.42), (2.43)において, 多孔板に接しない境界 Γ_I , Γ_{II} のうち, 粒子速度が既知の要素(境界条件として, 剛壁条件あるいは音場に対する加振として任意の速度値が与えられる要素)では音圧のみが未知数となり, 音響インピーダンスが既知の要素(境界条件として, 吸音特性が与えられる要素)では音圧と粒子速度が未知数となる. 一方, 多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} では, 音圧と粒子速度がともに未知数となり, 多孔板を挟んで互いに対面する2つの要素の未知数の関係を後述の伝達マトリクスで規定することになる.

2.2.3. 多孔板の吸音モデル

多孔板を挟んで互いに対面する2つの要素の音圧 p と法線方向粒子速度 u の関係について説明する.

まず, 多孔板の板厚が音波の波長より十分小さい場合への適用を前提として, 孔内の媒質は一体となって運動すると仮定すると, 孔内媒質の両端面に位置する領域I, IIの音場要素 i の法線方向粒子速度 $u_{I,i}^p$, $u_{II,i}^p$ は等しくなる. すなわち,

$$u_{I,i}^p + u_{II,i}^p = 0 \quad (2.44)$$

となる.

次に, 多孔板による圧力減衰は, 宇津野ら⁽¹⁰⁾が提案した垂直な音波入射の1次元現象を前提にした多孔板吸音モデルを導入して,

$$p_{I,i}^p - p_{II,i}^p = -Zu_{II,i}^p \quad (2.45)$$

とする. ここで, $p_{I,i}^p$, $p_{II,i}^p$ は対面する領域 I, II の音場要素 i の音圧, $u_{II,i}^p$ は領域 II の音場要素 i の法線方向粒子速度である. Z については下式のように記述できる.

$$\operatorname{Re}[Z] = \operatorname{Re} \left[\frac{j}{1 - \frac{2J_1(k_s a)}{k_s a J_0(k_s a)}} \frac{\omega \rho (t + d)}{R_p} + \zeta \left(\frac{1}{R_p} \right)^2 \frac{\rho}{2} \frac{8}{3\pi} |u_{II,i}^p| \right] \quad (2.46)$$

$$\operatorname{Im}[Z] = \left\{ \operatorname{Im} \left[\frac{j}{1 - \frac{2J_1(k_s a)}{k_s a J_0(k_s a)}} \right] t + \frac{8d}{3\pi} \right\} \frac{\omega \rho}{R_p} \quad (2.47)$$

$$k_s^2 = -\frac{j\omega\rho}{\mu} \quad (2.48)$$

ここで, t は多孔板の板厚, a , d はそれぞれ孔の半径, 直径, R_p は開口率 [(孔の面積) / (多孔板の面積)], ρ は孔内媒質の密度, μ は孔内媒質の粘性係数, ζ は孔の圧力損失係数, J_0 , J_1 はそれぞれ0次, 1次のBessel関数である. 式(2.46)および(2.47)の右辺第1項は, 孔内における媒質と内壁面との粘性摩擦による圧力減衰を表し, 式(2.46)の右辺第2項は, 媒質が孔から噴出する際に生じる渦による圧力減衰を表し, 孔内媒質の粒子速度 $|u_{II,i}^p|/R_p$ に依存している. 多孔板上の粒子速度が小さい場合には第1項が支配的になり, 粒子速度が大きい場合には第2項が支配的になる. なお, 一般に, 多孔板の孔にはあらゆる方向から音波が入射することになるが, 本手法では, 音場と多孔板との接合面において局所作用を仮定し, 多孔板法線方向の粒子速度のみによって吸音効果が発現するとしている.

多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} 上の互いに対面する全要素組み合わせについて式(2.44), (2.45)を作成すると, 式(2.49)の伝達マトリクス方程式が得られる.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I^p \\ \mathbf{u}_I^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -\mathbf{Z} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{II}^p \\ \mathbf{u}_{II}^p \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

ここで、 $-\mathbf{Z}$ は式(2.46), (2.47)から求める各要素組み合わせに対する係数 \mathbf{Z} の逆符号値を対角に持つ対角マトリクス, $\mathbf{1}$ と $-\mathbf{1}$ は正および負の単位マトリクス, $\mathbf{0}$ は零マトリクスである。

以上で導出した3つのマトリクス方程式(2.42), (2.43), (2.49)を連立することにより, 多孔板を含んだ全音場に対する全体マトリクス方程式が式(2.50)のように導出される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{II} & \mathbf{H}_{IIp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_{IpI} & \mathbf{H}_{Ipp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{IIII} & \mathbf{H}_{IIIIp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{IIpII} & \mathbf{H}_{IIpIpp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I \\ \mathbf{p}_I^p \\ \mathbf{p}_{II} \\ \mathbf{p}_{II}^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{II} & \mathbf{G}_{IIp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_{IpI} & \mathbf{G}_{Ipp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{IIII} & \mathbf{G}_{IIIIp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{IIpII} & \mathbf{G}_{IIpIpp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I \\ \mathbf{u}_I^p \\ \mathbf{u}_{II} \\ \mathbf{u}_{II}^p \end{Bmatrix} \quad (2.50)$$

式(2.50)の連立方程式を解くことで, 多孔板を含む全音場を求めることができる。すべての要素において音圧 p が未知数であり, 多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} 上の要素, および, 吸音境界など音響インピーダンスが規定されている要素では粒子速度 u も未知数となる。なお, 式(2.46)の右辺第2項により式(2.50)は非線形方程式になるので, 反復解法を用いて計算する。ただし, 式(2.46)の第2項が十分に小さい場合(多孔板上の粒子速度が小さく, 開口率が大きく, 多孔板孔内の粒子速度が小さいとき)には, 第2項を無視して, 式(2.50)を線形方程式にすることで, 計算を高速にすることが可能

である.

なお,ここでは1枚の多孔板と2つの音場領域で構成される場合について説明したが,より多くの多孔板,音場領域が存在する場合に対しても,同様の取り扱いにより解析可能である.

2.3. 解析手法の有効性の検証(1): 1次元伝達マトリクス法との比較

前節の数値解析手法を用いて多孔板を含む音場を予測するため、本手法を(株)神戸製鋼所製の汎用音場解析ソフト”ACOUSIS[®]”に組み込んだ。本節では、解析ソフトの計算精度を確認する目的で、音響管を用いた多孔板の垂直入射吸音率計測を本数値解析および1次元伝達マトリクス法⁽¹¹⁾により模擬し、両者の結果から算出した垂直入射吸音率を比較する。

数値解析に用いた数値モデルを図2.4に示す。対象構造は音響管軸に対して回転対象であるので、音響管軸上で互いに直交する2平面に鏡像条件を適用して1/4モデルとした。モデル化手法の詳細については次節で述べるのでここでは割愛する。多孔板は板厚 0.8mmの鋼製で、孔径 2mm、開口率 2%であり、950mmの背後空気層を有する。垂直入射吸音率は、多孔板から加振面方向に 35mmおよび 635mm離れた管中心軸上の2点における音圧値を用いて2点マイクロホン法⁽³⁰⁾により計算した。また、多孔板の吸音特性の非線形性への対応を確認するため、図2.4中の点Aの音圧レベル値が 80dB, 100dB, 110dBになるように設定した3パターンの加振面入力条件に対して解析を実施した。

比較対象として、上述の数値モデルと同様の系について、1次元伝達マトリクス法による計算を実施した。なお、伝達マトリクス法に用いた多孔板の吸音モデルは、数値解析と同じ式(2.49)である。

数値解析および1次元伝達マトリクス法により得た多孔板の垂直入射吸音率を図2.5に示す。同図中、ドット表示が数値解析、線表示が1次元伝達マトリクス法である。各音圧条件において両者は良好に一致しており、解析プログラムの計算精度が十分に確保されていることを確認できた。

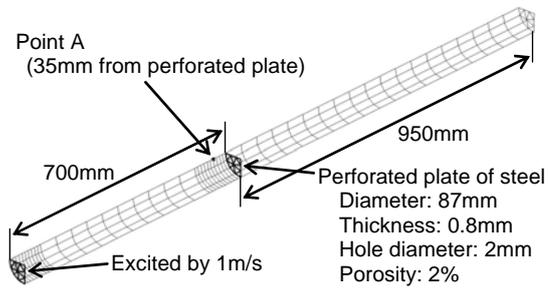


Fig. 2.4 Numerical model for verification (1/4 model)

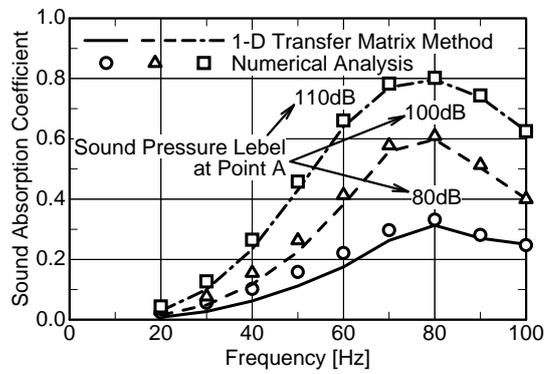


Fig. 2.5 Comparison of sound absorption coefficient with 1-D transfer matrix method

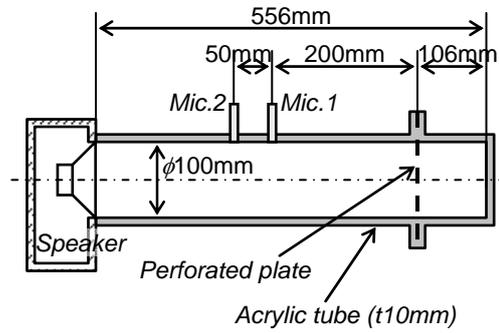
2.4. 解析手法の有効性の検証(2):音響管内斜入射実験との比較

提案した数値解析手法の3次元音場での有効性を検証するため、音響管内で音波が多孔板に斜めに入射する問題を対象に、解析結果を実験結果と比較する。

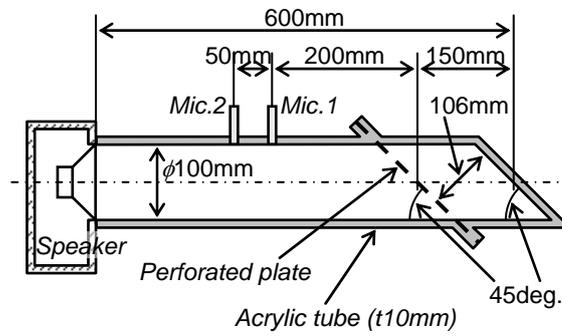
2.4.1. 検証対象と実験結果

比較検証の対象として、音響管の中に音圧による連成振動を無視できる多孔板を斜めに設置し、音波が多孔板に斜めに入射するとともに、多孔板表面の音圧と位相が分布を持つ問題を設定した。本問題により、懸案の音場と多孔板との接合面における局所作用の仮定の妥当性や同接合面において一様ではない音圧分布や位相分布が存在する場合への適用性について検証が可能である。また、前節で理論解析値との比較検証を実施した多孔板を音響管内に垂直に設置して音波が多孔板に垂直に入射する1次元問題についても、実測値との比較検証を実施する。なお、実測と解析の比較は、多孔板の吸音性能と多孔板上の音圧分布について実施した。

実験装置の概略を図2.6に示す。同図(a)が多孔板を垂直に設置した場合であり、同図(b)が多孔板を斜めに設置した場合である。写真2.1は、図2.6(b)の傾斜配置で使
用した実験装置である。また、写真2.2は、垂直配置に用いた円形多孔板と傾斜配
置に用いた楕円形多孔板である。



(a) For normal incidence

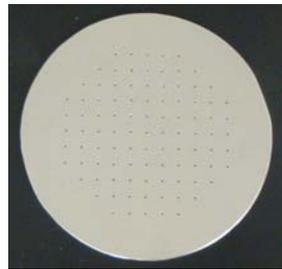


(b) For oblique incidence

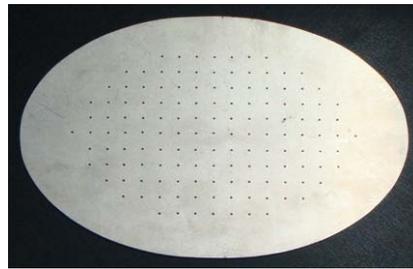
Fig. 2.6 Object for experiment and numerical analysis



Photo 2.1 Experimental apparatus for oblique incidence



(a) For normal incidence



(b) For oblique incidence

Photo 2.2 Perforated plate

音響管は内径 100mmの円形断面で、一端に音源のスピーカを設置し、多孔板背後の空気層の端面は多孔板と平行とし、背後空気層厚さが管断面全域で均一になるようにした。図2.6(a)に示す垂直配置の場合には背後空気層の厚みは 106mmである。また、図2.6(b)に示す傾斜配置の場合は、多孔板の中心が端面の中心から 150mmに位置するように管軸方向に対して 45degの角度で楕円形多孔板を配置し、背後空気層の厚みを垂直配置の場合と同じにした。なお、実験装置は、管側面、端面とも厚さ10mmのアクリル樹脂製である。多孔板の固定は、多孔板前後の管外部にフランジを設けて、管内径より大きな多孔板を挟み込み、4本のボルトで締結した。

多孔板は、板厚 3mm のアルミ製で、孔径 1mm、開口率 1%である。本多孔板の周辺単純支持における理論1次固有振動数は垂直配置の円形板で約 1500Hz、傾斜配置の楕円板で 1150Hz であるが、今回の実験の固定条件では傾斜配置の場合には 900Hz 以下、垂直配置の場合は 1000Hz 以下で音圧による連成振動を無視できることを確認し、これらの周波数範囲を評価周波数範囲とした。

また、多孔板の非線形な吸音特性の再現性を検証するため、スピーカ出力を大小2水準設定して計測を実施した。小さな出力(a)は吸音特性の非線形性が現れない程度の出力とし、大きな出力(b)は出力(a)より 35dB 大きな出力とした。スピーカへの入力信号はホワイトノイズである。

なお、多孔板の吸音性能は多孔板中心から 200mm (Mic.1) と 250mm (Mic.2) の位

置の音圧値を用いて2点マイクロホン法⁽³⁰⁾により算出した。また、多孔板上の音圧分布の計測は、多孔板のスピーカ側表面近傍(約5mmの距離)にプローブマイクロホンを挿入することにより、鉛直方向および水平方向の直径をそれぞれ4等分する位置について行った。

まず、垂直配置に対して実測した垂直入射吸音率を図2.7に示す。240Hzで吸音率が約0.96に達するピークを有している。なお、この吸音率は、吸音特性の非線形性が現れないスピーカ出力(a)によって計測した結果である。

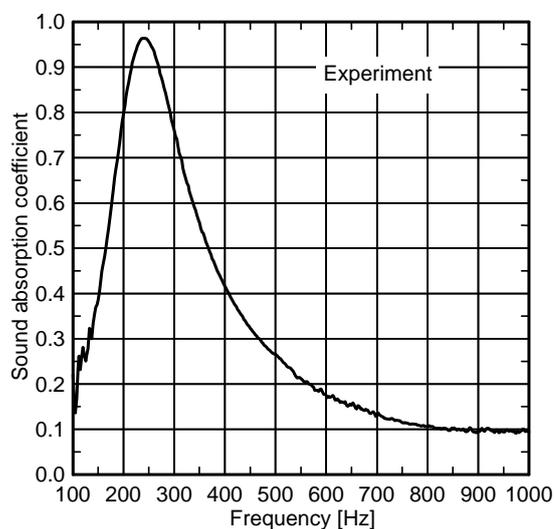


Fig. 2.7 Sound absorption coefficient for normal incidence by experiment

次に、傾斜配置に対して実測した結果を示す。

図2.8が実測で得た吸音率である。同図中、破線がスピーカ出力(a)の場合、実線がスピーカ出力(b)の場合における吸音率で、ともに235Hzで吸音率0.9に達するピークを有しており、また、音圧増大により吸音率が若干向上していることが分かる。

図2.9は、スピーカ出力(a)において実測した多孔板上の音圧分布である。同図(a)が鉛直方向の分布であり、同図(b)が水平方向の分布である。同図によると、高周波数帯域において、鉛直方向の音圧値に位置による差異が見られる。一方、水平方向

については全周波数域で位置によらず同一の音圧値であり,これは対称性によるものである.なお,位相分布については図示しないが,吸音率のピーク周波数付近の帯域において,鉛直方向に差異[板中心(図2.9(a)中のPoint3)を基準として,Point1:25deg~Point5:-18deg]が見られた.水平方向は,音圧と同様に対称性から全計測点,全周波数域で位相差は見られなかった.

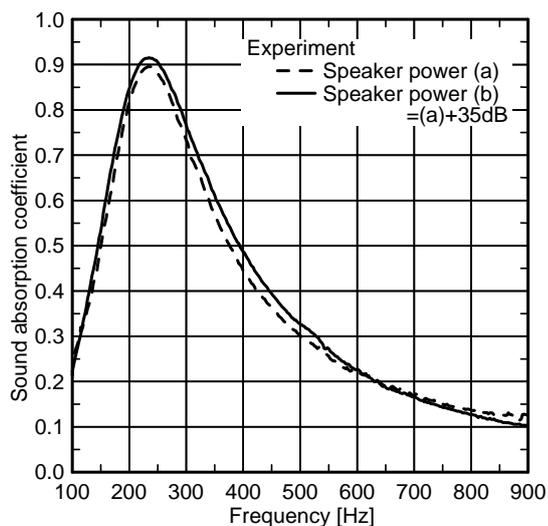
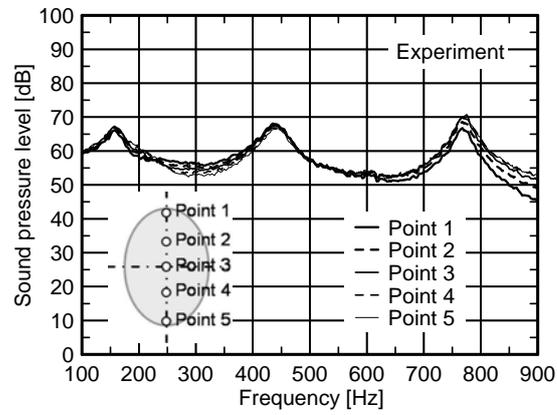
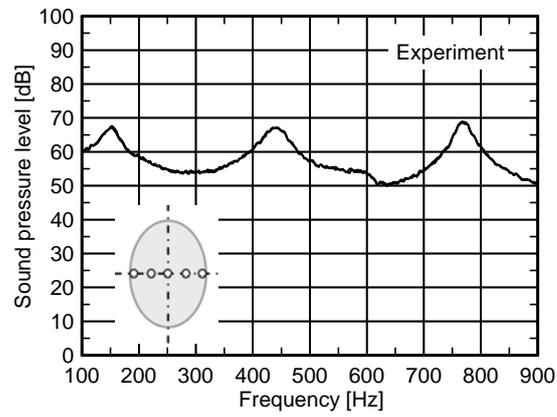


Fig. 2.8 Sound absorption coefficient for oblique incidence by experiment



(a) Vertical direction

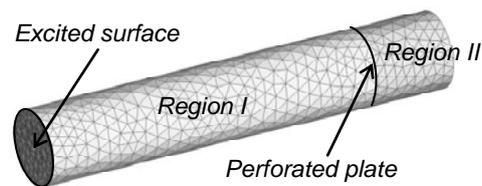


(b) Horizontal direction

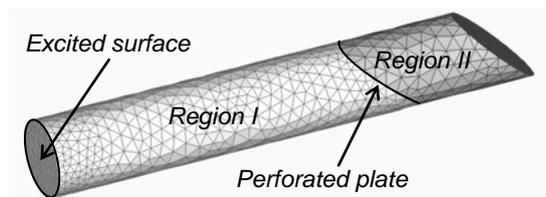
Fig. 2.9 Sound pressure level distribution on the perforated plate for oblique incidence by experiment

2.4.2. 解析結果

図2.6に示した実験装置の数値モデルを図2.10に示す. 同図(a)が多孔板を垂直配置した場合, 同図(b)が多孔板を傾斜配置した場合のモデルである. 本モデルは, 多孔板の表側と裏側に位置する2つの音場, すなわち, スピーカ加振面と多孔板の間の領域 I と背後空気層の領域 II とからなっている. スピーカについては, コーン部は平面に簡略化しており, ボックスもモデル化していない. 音場の要素分割は, 最大辺長が27mm(最大辺長が最高計算周波数における音波長の1/10以下になるように設定)の三角形要素で行い, 音場 I, II の多孔板の表裏に位置する境界面は互いに同じ形状・サイズの要素で分割した. 要素数は, 同図(a)の垂直配置モデルで2080個, 同図(b)の傾斜配置モデルで2136個である. 加振境界条件としては, 前述のスピーカコーン部の円形平面の全体を同相・同振幅で強制駆動した. 駆動振幅は, 吸音特性の非線形性が生じないスピーカ出力(a)に対しては, 図2.6中のMic.2における音圧レベル値が実験と一致するように周波数ごとに決定した. スピーカ出力(b)は, 出力(a)に対して決定した振動振幅を35dB増大させた. また, 領域 I, II の円筒面および領域 II の端面は剛壁(粒子速度0m/s)とした. なお, 計算は10Hz間隔で実施している.



(a) For normal incidence



(b) For oblique incidence

Fig. 2.10 Numerical model

まず，多孔板を垂直配置した場合について，数値解析より得られた音圧値から算出した吸音率と実測した吸音率の比較を図2.11に示す．同図において，実線が実測値（図2.7に示したものと同一）であり，○が解析による吸音率である．実測と解析の一致性は非常に良好である．

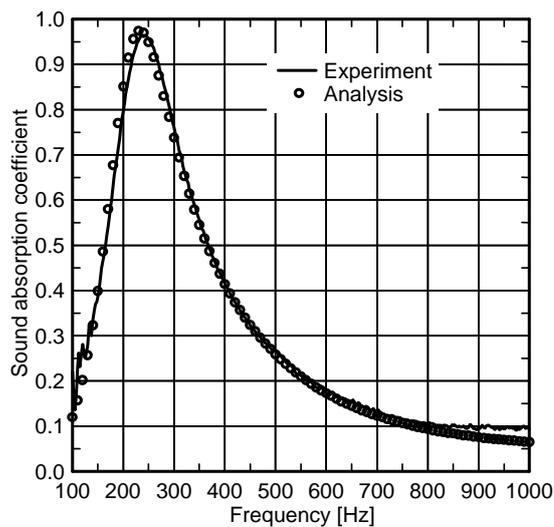


Fig. 2.11 Sound absorption coefficient for normal incidence by experiment and numerical analysis

次に，多孔板を傾斜配置した場合の数値解析による吸音率を図2.12に示す．同図において，○がスピーカ出力(a)，■がスピーカ出力(b)に対する吸音率である．同図の数値解析による吸音率を図2.8に示した実測による吸音率と比較すると，吸音特性のピーク周波数と最大吸音率はよく一致しており，また，スピーカ出力を増大した場合の非線形特性による吸音率の向上も再現できている．ピーク周波数付近以外の帯域で一致度が若干悪くなっているが，全体としての一貫性は良好である．

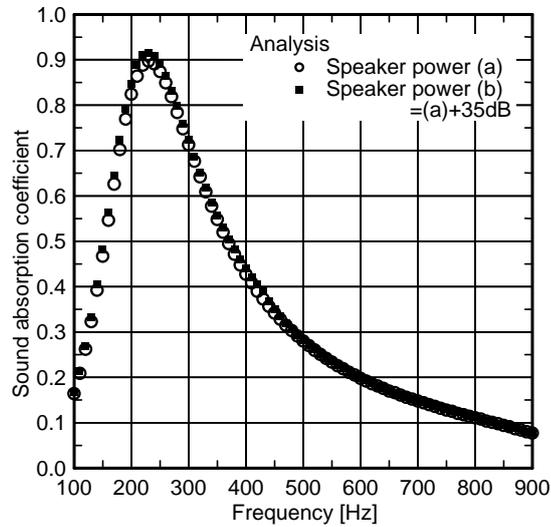
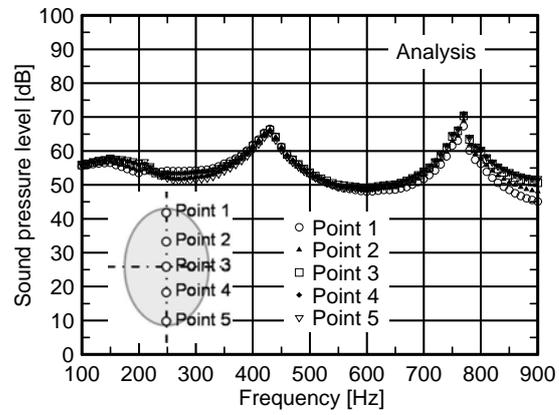
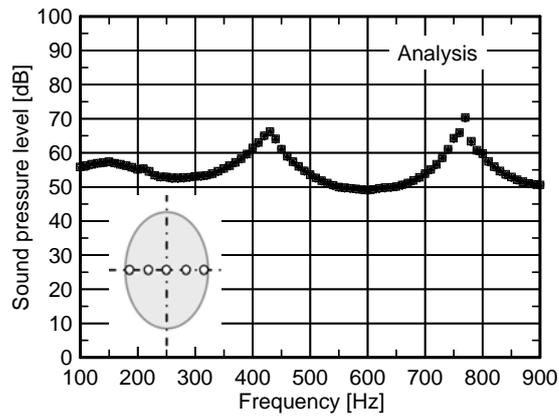


Fig. 2.12 Sound absorption coefficient for oblique incidence by numerical analysis

続いて、多孔板を傾斜配置した場合について、スピーカ出力(a)に対する多孔板上5点における音圧レベル値を図2.13に示す。同図の解析値を図2.9に示した実測値と比較すると、200Hz以上において両者はよく一致していることがわかる。一方、200Hz以下においてピークの卓越性に差異が見られるが、これは実験におけるプローブ系の共鳴特性によるものと考えられる。なお、多孔板上の位相分布についても、解析値と実測値はよく一致していることを確認している。図2.14には、代表的な周波数における音響管内壁面上の音圧分布を示す。(a)430Hzおよび(b)770Hzは、図2.13の2つのピークに対応する本音響系の共鳴周波数であり、加振面－多孔板間でそれぞれ、半波長、1波長の音圧分布が形成されている。(c)900Hzは、図2.13(a)から分かるように、多孔板上の音圧値の位置による差異が最も顕著に現れている周波数である。



(a) Vertical direction

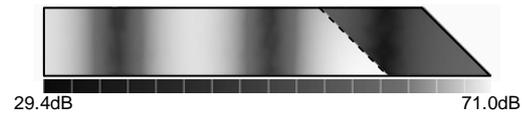


(b) Horizontal direction

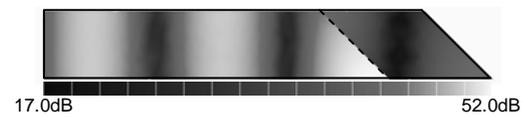
Fig. 2.13 Sound pressure level distribution on the perforated plate for oblique incidence by numerical analysis



(a) 430Hz



(b) 770Hz



(c) 900Hz

Fig. 2.14 Sound pressure level distribution on the inner surface of the acoustic tube by numerical analysis

以上のように、提案した数値解析法による多孔板を含んだ音場の解析結果が実測結果と良好に一致することを確認できた。特に、音波が多孔板に対して斜めに入射する場合について有効性を確認できたことは、同解析手法における多孔板のモデル化、すなわち、音場と多孔板との接合面における局所作用の仮定、および、同接合面において一様ではない音圧分布や位相分布が存在する場合への1次元多孔板吸音モデルの適用が妥当であったことを示している。また、図2.14に示したように音圧分布を可視化できることは、任意形状の音場を対象とした多孔吸音構造の最適設計・配置問題において有用である。

2.5. 実問題への適用：中空二重壁（自動車ドア）の高遮音化

前節で3次元音場での有効性を確認できた数値解析手法を、自動車ドアの高遮音化に向けたドア内の多孔板最適配置設計問題に適用して、実問題における有用性を検証する。

中空二重壁構造体である自動車のドアにおいて、その透過音は次に述べる2経路からの音響振動伝播音から構成される。音圧により励振されたアウトパネルの振動がドアトリムなどの内表面材へ直接固体伝播し、車室内へ音放射される固体伝播成分と、アウトパネルの振動により一旦ドア中空部へ放射された音が、内表面材を励振して室内側に音放射される空気伝播成分とである。それぞれの寄与程度は、ドアの構造や構成材料などにより異なるが、空気伝播成分を無視することはできない。

本節では、固体伝播成分の寄与を無視し、空気伝播成分により遮音性能が決定されると仮定して、空気伝播成分の低減を図るために、ドアの中空部にアルミ製多孔吸音板を設置して吸音を付与することを試みる。ドアの中空部は雨水が浸入する部位であるので、耐水性に優れたアルミ製多孔吸音板は吸音付与手段として好適である。一方で、自動車の軽量化に反する部材付加は最低限に抑える必要がある。そこで、より軽量で高遮音なドアを実現すべく、多孔吸音板の最適配置を数値解析を用いて検討した。

以下では、まず、数値解析を用いて、空気伝播成分による透過音を効率的に低減できる多孔板の配置を検討する。その後、実車ドアを用いた実験を実施し、解析で得た設計指針の有効性、すなわち、数値解析手法の有効性を確認する。

2.5.1. 数値解析による多孔板最適配置の検討

図2.15に示す自動車ドアのアウトパネルとインナパネルおよびトリムとに囲まれた空間（窓ガラスが収納される空間。以下、中空部）の音場に多孔吸音板を設置し、吸音板重量に対して中空部内の音圧低減効果が最大となる吸音板配置を追求した。自動車ドアにおける音響透過現象は前述したようにアウト・インナパネル、トリムなどと中空部

音場との構造と音場の連成現象を含むが、ここでは中空部音場のみを対象とした数値解析による簡易検討を実施した。具体的には、中空部音場の周囲境界の一部を強制駆動し、それにより励起された音場内の音圧を評価値とした。

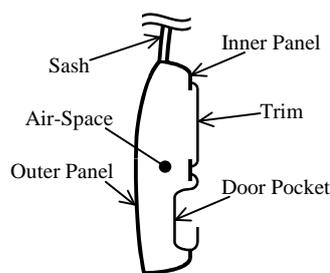


Fig. 2.15 Cross section of the automotive door

検討に使用した数値モデルの一例を図2.16に示す。本モデルは、後述する実車ドアを単純形状で模擬しており、実車ドアが有する種々の隙間なども考慮しない直方体空間としている。図2.16のモデルは中空部の底部に多孔板を配置した場合（後述のケース2）のモデルであり、中空部音場は多孔板表裏両側の2つの音場領域に分割されている。周囲境界6面をx方向に30分割、y方向に16分割、z方向に4分割するように四角形要素で要素分割し、多孔板表裏の境界も同様に要素分割した。また、加振境界としてアウトパネルに相当する面の1要素を1m/sで駆動させ、それ以外の要素は剛境界とした。なお、ここでは多孔板の吸音効果がより小さくなる安全側の評価で検討を行うために、多孔板の非線形減衰効果考慮せずに[式(2.46)の右辺第2項を強制的に0にして]数値解析を実施した。

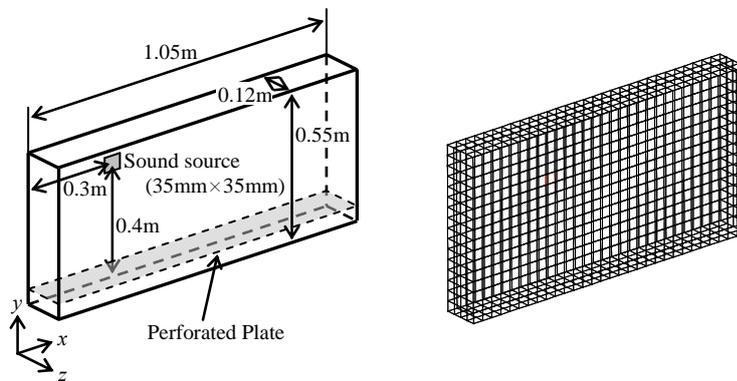
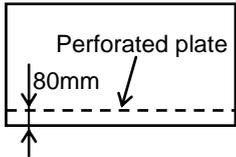
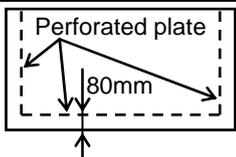
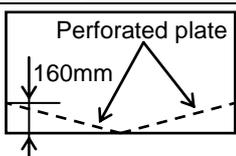


Fig. 2.16 Model of double-leaf wall for numerical analysis

表2.1に、今回検討した多孔吸音板の配置を示す。ケース1は多孔板を設置していない対策前に相当し、ケース2～4は多孔板を設置した場合である。ケース2はドアの底に相当する部位に底から80mmの間隔を開けて多孔板を設置し、ケース3はケース2に加えてドアの前方および後方に相当する部位にも同様に設置している。ケース4は底に相当する部位にドア外周に対して斜めになるように設置している。全ケースにおいて、多孔板はドアの厚み方向全幅にわたって設けられている。また、同表中には、多孔板の設置による重量増加の目安として、各ケースの多孔板表面積とケース2を基準としたその比率を示している。

Table 2.1 Analysis condition

Case no.	Layout of perforated plate in the air-space	Specification of perforated plate	Surface area of perforated plate
1	Without perforated plate	-	0
2		Thickness: 0.1mm Hole diameter: 0.2mm Porosity: 1.25%	0.126m ² (100%)
3			0.220m ² (174%)
4			0.132m ² (105%)

各ケースの遮音性能向上効果は、中空部音場周辺境界の要素分割と等しい間隔で中空部に設けた音圧観測点（多孔板を設置しない場合で1305点）の平均音圧レベル（エネルギー平均値）の低減量で評価する。図2.17にケース1～4の中空部の平均音圧レベルを、図2.18に1/3オクターブバンド毎のケース1からの平均音圧レベル低減量を示す。図2.17においてケース1, 2, 4に多く見られるピーク周波数では中空部で共鳴が生じており、同図に示した周波数範囲においては図2.19に例示するようなモデルx-y面内の共鳴モードが励起されている。図2.19において、円の直径は各音圧観測点の音圧絶対値に比例しており、その基準サイズはピーク周波数毎に統一している。なお、ケース2～4において、多孔板とドア外周との間の空間の音圧は上述の平均値に含めていない。

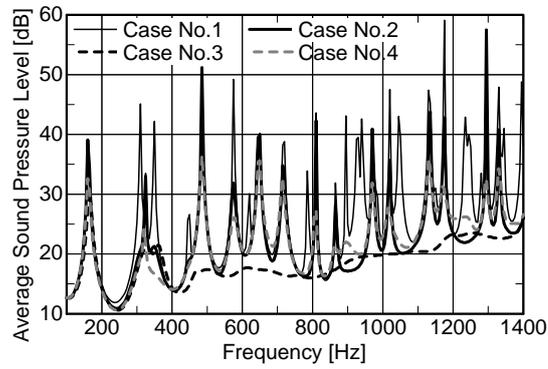


Fig. 2.17 Average sound pressure level in the air-space by numerical analysis

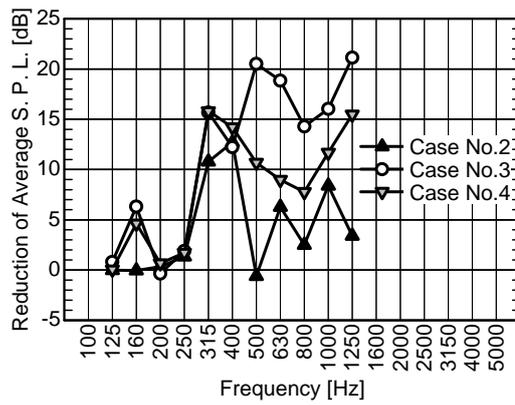


Fig. 2.18 Reduction of average sound pressure level in the air-space by numerical analysis

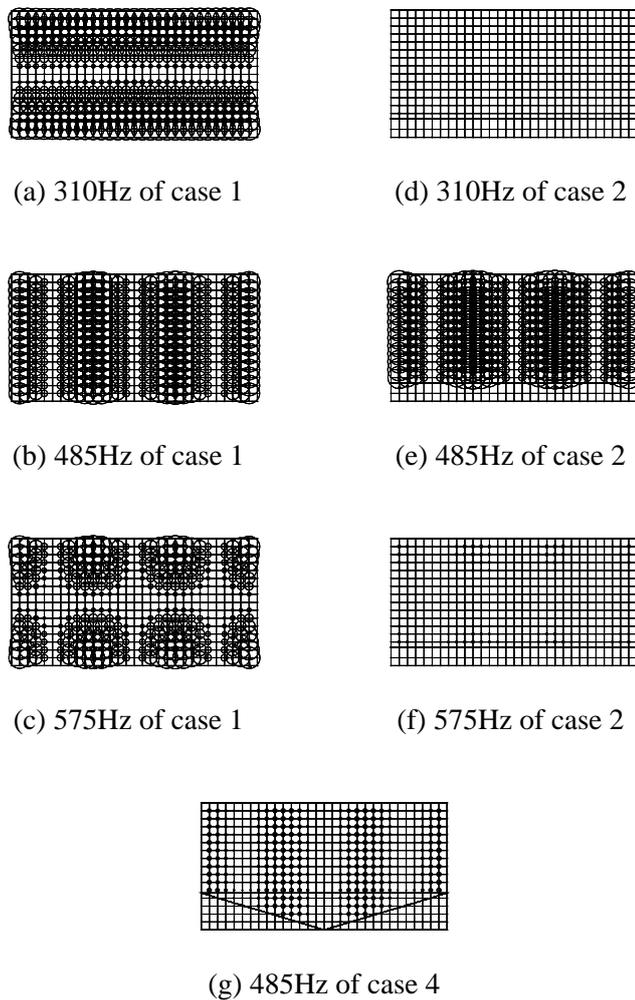


Fig. 2.19 Spatial distribution of sound pressure in the air-space by numerical analysis

当然ながら、ケース2では、図2.19(a)のような多孔板に直交する方向の粒子運動による共鳴は抑制できる[同図(d)]が、同図(b)のような多孔板に平行な方向の共鳴には効果が得られず[同図(e)]、同図(c)のような両方向の共鳴は低減可能であるが、完全には抑制できない[同図(f)]。そこで、ケース3のように、ケース2と直交する方向に多孔板を追加設置すると、低周波数域以外のすべての共鳴を抑制でき、315Hzバンド以上で平均音圧レベルを大きく低減できる。ここで、低周波数域の共鳴を抑制できていないのは、ここで用いた多孔板が500~1300Hzで大きな吸音性能(吸音率0.8以上)を発

揮するように設計した多孔仕様であるためである。

ケース3によると中空部平均音圧レベルを大きく低減，すなわち，遮音性能を向上できることを確認できたが，表2.1に示すように，ケース3はケース2に比して多孔板表面積すなわち対策重量が約 1.7 倍と大きく増加する。また，対策による占有スペースも増えてしまうなど，実用化において不都合な点がある。このケース3の短所を考慮して考案したのがケース4の多孔板配置であり，ケース2と同等の対策重量，占有スペースで，ケース2より大きな平均音圧レベル低減量を得ることができる。これは，図2.17，図2.19(g)が示すように，ケース2で抑制可能であった共鳴に加えて，ケース2では抑制できなかった図2.19(b)のような共鳴に対しても，粒子運動方向に対して角度を持つように多孔板を配置したことによって低減効果を得られるからである。

以上のように，ここでは実車ドアを簡略に模擬した単純形状モデルを対象に，中空部平均音圧レベルを効率良く低減できる多孔板の配置について検討し，より軽量で高遮音な自動車ドアの実現に向けた多孔板配置の設計指針を得ることができた。また，数値解析を用いることによって，中空部の音圧分布などの現象を把握でき，設計検討を容易に実施できることが確認された。

2.5.2. 多孔板による遮音性能向上効果の確認

数値解析で得た多孔板最適配置の設計指針の妥当性を確認するため，実車ドアを用いて多孔吸音板による遮音性能向上効果の確認する。

前節で検討した多孔板配置(ケース2, 3)を実車ドアに試験適用し，遮音性能向上効果を実測した。

対象の実車ドアは海外自動車メーカーのアルミ製ドアであり，未対策の場合およびケース2, 3相当の多孔板を試験設置した場合について，音響透過損失を測定した。音響透過損失は，写真2.3に測定風景を示すように，JIS A1416 に従って残響室－残響室法で計測した。なお，測定は，ドアパネル部の遮音性能向上効果を厳密に評価するために窓ガラス透過音を排除し，また，ガラス昇降用機器などの内臓機器がない状態

で実施した。

ドア中空部への多孔板の設置は、試験上の施工性から、写真2.4に示すように1面を多孔板とした中空の直方体を複数並べて模擬した。中空直方体は、多孔面を含め全面を厚さ0.1mmのアルミ板で作成することにより、ケース2で110g、ケース3で250gの重量であった。



Photo 2.3 Vehicle door in the reverberant room



Photo 2.4 Perforated plate in the vehicle door

ケース2および3の音響透過損失向上量を図2.20に、中空部平均音圧レベル低減量を図2.21に示す。平均音圧レベルは、中空部に設置した4点のマイクロホンで測定した音圧レベルのエネルギー平均値である。ケース2では、200Hz以上で、平均音圧レベルを低減できており、それにともない音響透過損失も向上している。ケース3では、315Hz以上で、ケース2からさらに平均音圧レベルが低減して、音響透過損失もより向上して

いる。

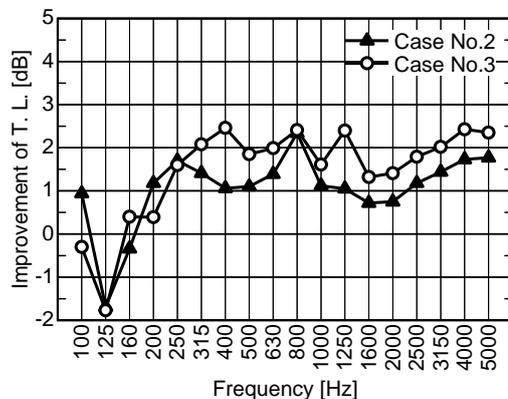


Fig. 2.20 Measured improvement of sound transmission loss with perforated plate

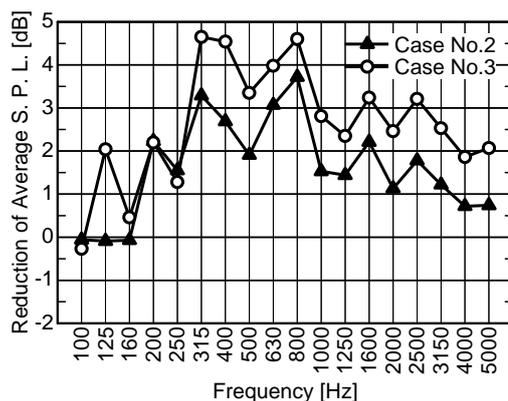


Fig. 2.21 Measured reduction of averaged sound pressure level in the air-space with perforated plate

図2.22に、数値解析による平均音圧レベル低減量予測(図2.18)と本節の実測による平均音圧レベル低減量(図2.21)との比較を示す。ほぼ全周波数帯域で数値解析の方が大きな低減量を示しており、また、周波数による変動にも違いが見られる。これは、実車ドアは対策前でも種々の隙間や板振動などによる中空部の音響的損失(吸音性)を有している(すなわち、多孔板による吸音性付与効果が目減りする)が、数値解析ではこれらを見逃していること、数値解析は中空部を単純形状(直方体)で模擬して

いる(すなわち, 中空部の共鳴でのモード, 周波数, 個数に差異が生じる)こと, 音圧観測点の数が実験では少なく, 中空部での共鳴モードの腹・節を捉えきれていないことが主な原因であると考えられる. 一方, 315Hz以上で平均音圧レベル低減量が大きくなること, 多孔板を増やすことでより大きな低減量を得られることは定性的に一致している.

以上のように, 数値解析による簡易検討で得た多孔板配置の指針が概ね妥当であったこと, すなわち, 本章で提案した数値解析手法の実問題での有用性を確認できた.

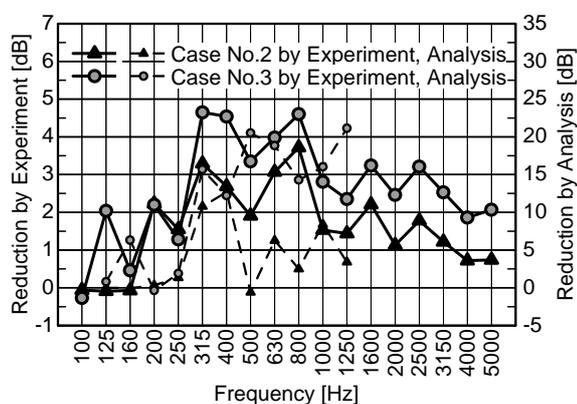


Fig. 2.22 Comparison of reduction of averaged sound pressure level in the air-space with perforated plate between by experiment and by numerical analysis

2.6. 結言

静止している多孔板を含んだ3次元任意形状音場の予測を目的として、3次元境界要素法を用いた数値解析手法を提案した。

本解析手法の有効性を検証するため、多孔板を音響管の中に斜めに設置し、音波が斜めに入射して多孔板表面の音圧と位相が分布を持つ問題を対象に、実測結果と数値解析結果とを比較した。結果として、多孔板の吸音特性および多孔板表面の音圧・位相分布は両者で良好に一致し、提案手法の有効性を確認できた。

また、自動車ドアの高遮音化に向けたドア内の多孔板最適配置設計問題に同手法を適用した。実車ドアにおいて有効な配置設計指針を数値解析により得ることができ、同手法の実問題での有用性を確認できた。

第3章．振動する板を含む音場の数値解析手法

3.1. 緒言

本章では，振動する板構造（孔はなく，多孔板ではない）を含む3次元音場の数値解析手法について検討する．

第2章では，静止している多孔板を含む音場の数値解析手法を提案し，実験との比較により，同手法の3次元音場への適用の有効性を確認した．また，中空二重壁構造体（その一例としての自動車ドア）の高遮音化を目的とした多孔板最適配置設計問題に同手法を適用し，設計検討におけるその有用性を確認した．

一方で，詳細は次章で述べるが，多孔板表面上の音圧による多孔板の音響連成振動を無視できない，すなわち，多孔板が振動することにより多孔吸音構造の吸音性能が変化する事例が報告されている⁽³¹⁾⁽³²⁾⁽³³⁾．したがって，多孔板を含む音場の数値解析手法をより広範な問題に適用するためには，多孔板の振動を考慮した数値解析手法の確立が必要不可欠である．

本章では，振動する多孔板を含む音場の数値解析手法の提案（第4章）の前段階として，振動している板（孔はなく，多孔板ではない）を含む3次元音場の数値解析手法について，その有効性を検証する．本研究では，音場に境界要素法を，板に有限要素法を適用する連成解析手法を用いる．以下では，まず，数値解析手法について説明し，その後，実験との比較により，その有効性を検証する．

3.2. 解析手法

3.2.1. 振動する板を含む音場のモデル化

振動する板を含む音場の例として図3.1に示す音場を取り上げ、数値モデル化手法について説明する. この音場は板によって2つの領域(領域 I と II)に分割されている. 板はその表裏から作用する音圧や外部からの機械加振力により加振され, 振動している. 図3.1(b)に示すように, 領域 I, II の板に接する境界をそれぞれ Γ_{Iv} , Γ_{IIv} とし, それ以外の境界をそれぞれ Γ_I , Γ_{II} とする.

まず, 2つの音場領域 I, II には境界要素法を, 板には有限要素法を適用し, 各音場および板振動を記述したマトリクス方程式を作成する. その際, 両音場領域の板に接する境界 Γ_{Iv} , Γ_{IIv} と板は同じ要素分割とする. そして, 板要素とその要素を挟んで互いに対面する2つの音場要素の状態量である板振動速度と媒質粒子速度を結び付けるマトリクス方程式と板表裏の音圧差により板に作用する音圧加振力を記述することによって, 振動する板を含んだ全音場に対する全体マトリクス方程式を導く.

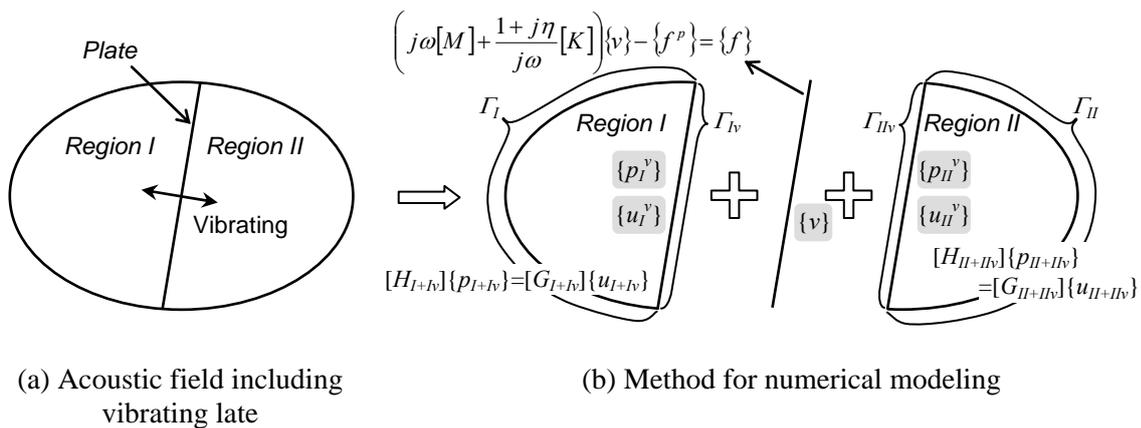


Fig. 3.1 Numerical modeling for acoustic field including vibrating plate

3.2.2. 境界要素法による音場の定式化

音場領域 I, II に対するマトリクス方程式は, 2.2.2. 節と同様にして, 式(3.1), (3.2) となる. ここで, $\{p_I^v\}$, $\{p_{II}^v\}$, $\{u_I^v\}$, $\{u_{II}^v\}$ は板に接する境界 Γ_{Iv} , Γ_{IIv} の音圧ベクトルと粒子速度ベクトルであり, $\{p_I\}$, $\{p_{II}\}$, $\{u_I\}$, $\{u_{II}\}$ はそれ以外の境界 Γ_I , Γ_{II} の音圧ベクトルと粒子速度ベクトルである. \mathbf{H}_{XY} , \mathbf{G}_{XY} ($X, Y=I, Iv, II, IIv$) は, それぞれ係数マトリクス $[H]$, $[G]$ の部分マトリクスである.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{II} & \mathbf{H}_{Iv} \\ \mathbf{H}_{IvI} & \mathbf{H}_{IvIv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I \\ \mathbf{p}_I^v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{II} & \mathbf{G}_{Iv} \\ \mathbf{G}_{IvI} & \mathbf{G}_{IvIv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I \\ \mathbf{u}_I^v \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{IIII} & \mathbf{H}_{IIIIv} \\ \mathbf{H}_{IIvII} & \mathbf{H}_{IIvIIv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{II} \\ \mathbf{p}_{II}^v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{IIII} & \mathbf{G}_{IIIIv} \\ \mathbf{G}_{IIvII} & \mathbf{G}_{IIvIIv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{II} \\ \mathbf{u}_{II}^v \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

式(3.1), (3.2)において, 板に接しない境界 Γ_I , Γ_{II} のうち, 粒子速度が既知の要素 (境界条件として, 剛壁条件あるいは音場に対する加振として任意の速度値が与えられる要素) では音圧のみが未知数となり, 音響インピーダンスが既知の要素 (境界条件として, 吸音特性が与えられる要素) では音圧と粒子速度が未知数となる. 一方, 板に接する境界 Γ_{Iv} , Γ_{IIv} では, 音圧と粒子速度がともに未知数となり, 多孔板を挟んで互いに対面する2つの要素の未知数の関係を後述の伝達マトリクスで規定することになる.

3.2.3. 有限要素法による板の定式化

板振動に有限要素法を適用すると、周波数領域における板全体に対する離散マトリクス方程式の一般的表記が式(3.3)のように得られる。

$$\left(j\omega[M] + \frac{1+j\eta}{j\omega}[K] \right) \{v\} - \{f^p\} = \{f\} \quad (3.3)$$

詳細は後述するが、 $\{v\}$ は要素節点における板の振動速度ベクトル、 $[M]$ 、 $[K]$ はそれぞれ質量マトリクス、剛性マトリクス、 $\{f\}$ は機械加振による外力ベクトル、 $\{f^p\}$ は板表裏の音圧差により板に作用する音圧加振力ベクトル、 η は構造減衰を表す損失係数、 ω は角振動数である。振動速度ベクトル $\{v\}$ と外力ベクトル $\{f\}$ は節点ごとに要素法線周りの回転成分を除く5成分を有し、音圧加振力ベクトル $\{f^p\}$ は節点ごとに面外に作用する並進1成分と回転2成分の3成分で構成される。したがって、板上の節点数を N' とすると、 $\{v\}$ 、 $\{f\}$ 、 $\{f^p\}$ は $5N'$ 行のベクトル(ただし、 $\{f^p\}$ の面内2成分は0)、 $[M]$ 、 $[K]$ は $5N'$ 行 $5N'$ 列のマトリクスとなる。すべての節点において振動速度が未知数であり、音圧加振力 $\{f^p\}$ は板表裏の音圧差と関係付けられる。

なお、本研究では、膜要素と板曲げ要素との組み合わせからなる三角形平面シェル要素を用いて板を離散化した。以下に、文献^{(34)~(38)}を参考にして、式(3.3)の導出方法について整理する。

まず，膜要素を定式化する．本研究では，図3.2に示すように頂点に節点を有する1次要素を用いた．

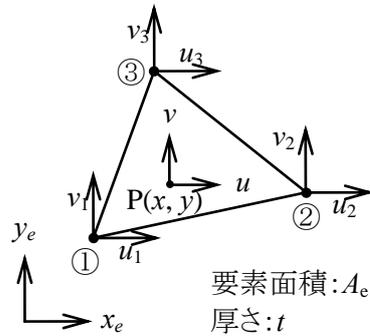


Fig. 3.2 膜(平面応力)要素

要素座標系の $x_e y_e$ 平面内で定義された三角形要素①②③において，要素内任意点 $P(x,y)$ の変位 (u,v) をその点の座標の1次多項式で仮定する(要素内一定ひずみの仮定)．すなわち，

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y \end{aligned} \tag{3.4}$$

という変位関数で記述する．3節点について式(3.4)を考慮すると係数 $\alpha_1 \sim \alpha_3$ ， $\beta_1 \sim \beta_3$ を決定でき，点 P の変位 (u,v) を節点変位 (u_1, v_1) ， (u_2, v_2) ， (u_3, v_3) の関数として表すことができる．

$$\begin{Bmatrix} u^e \\ v^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = [N] \{u_i^e\} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
N_1 &= [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] / 2A_e = L_1 \\
N_2 &= [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] / 2A_e = L_2 \\
N_3 &= [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] / 2A_e = L_3
\end{aligned} \tag{3.6}$$

ここで、 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) は節点①, ②, ③の座標である。 N_1, N_2, N_3 は形状関数と呼ばれ、本要素の場合は点Pの面積座標 L_1, L_2, L_3 と等しくなる。

要素内のひずみは、ひずみエネルギーに寄与する成分として次の3成分を定めることができ、

$$\begin{aligned}
\{\varepsilon\} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} [N] \{u_i^e\} \\
&= \frac{1}{2A_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & 0 & y_3 - y_1 & 0 & y_1 - y_2 & 0 \\ 0 & x_3 - x_2 & 0 & x_1 - x_3 & 0 & x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 & y_2 - y_3 & x_1 - x_3 & y_3 - y_1 & x_2 - x_1 & y_1 - y_2 \end{bmatrix} \{u_i^e\} \\
&= [B] \{u_i^e\}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

対応する応力成分は、等方性材料の場合、

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ & 1 & 0 \\ sym. & & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \{\varepsilon\} = [D] \{\varepsilon\} = [D][B] \{u_i^e\} \tag{3.8}$$

となる。ここで、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

以上を用いて、要素の運動エネルギー T^e , ひずみエネルギー U^e , 外力と要素間力による仕事 W^e は、次のように表される。

$$T^e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \{\dot{u}^e\}^T \{\dot{u}^e\} dV \quad (3.9)$$

$$U^e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dV \quad (3.10)$$

$$W^e = W_1^e + W_2^e = \int_{s_1} \{u^e\}^T \{f_1\} ds + \int_{s_2} \{u^e\}^T \{f_2\} ds \quad (3.11)$$

ここで、 W_1^e は外力による仕事、 W_2^e は要素間力による仕事であり、 $\{f_1\} = \{f_{1x} \ f_{1y}\}^T$ と $\{f_2\} = \{f_{2x} \ f_{2y}\}^T$ はそれぞれ要素境界単位長さ当たりの外力ベクトルと要素間力ベクトルである。また、 s_1 は外力が作用している境界、 s_2 は隣接要素との境界を表す。

これらに Hamilton の原理を適用すると、

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} (\delta T^e - \delta U^e + \delta W^e) dt \\ &= - \int_{t_1}^{t_2} \{\delta u_i^e\}^T \left[\left(\int_{V_e} \rho [N]^T [N] dV \right) \{\ddot{u}_i^e\} + \left(\int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \right) \{u_i^e\} \right. \\ & \quad \left. - \int_{s_1} [N]^T \{f_1\} ds - \int_{s_2} [N]^T \{f_2\} ds \right] dt \\ &= - \int_{t_1}^{t_2} \{\delta u_i^e\}^T \left([M^e] \{\ddot{u}_i^e\} + [K^e] \{u_i^e\} - \{F_1^e\} - \{F_2^e\} \right) dt \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

であり、要素運動方程式が下のよう求められる。

$$[M^e] \{\ddot{u}_i^e\} + [K^e] \{u_i^e\} = \{F_1^e\} + \{F_2^e\} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}
[M^e] &= \int_{V_e} \rho [N]^T [N] dV = \int_{A_e} (\rho [N]^T [N] \cdot t) dx dy = \rho \left(\int_{A_e} [N]^T [N] dx dy \right) t \\
&= \frac{\rho \cdot A_e \cdot t}{12} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & 2 & 0 & 1 & 0 \\ & & & 2 & 0 & 1 \\ \text{sym.} & & & & 2 & 0 \\ & & & & & 2 \end{bmatrix} \quad (3.14)
\end{aligned}$$

$$[K^e] = \int_{V_e} [B]^T [D][B] dV = \int_{A_e} ([B]^T [D][B] \cdot t) dx dy = A_e \cdot [B]^T [D][B] \cdot t \quad (3.15)$$

$$\{F_1^e\} = \int_{s_1} [N]^T \{f_1\} ds \quad (3.16)$$

$$\{F_2^e\} = \int_{s_2} [N]^T \{f_2\} ds \quad (3.17)$$

ここで、 $[M^e]$ 、 $[K^e]$ はそれぞれ要素質量マトリクス、要素剛性マトリクス、 $\{F_1^e\}$ 、 $\{F_2^e\}$ はそれぞれ要素外力ベクトル、要素間力ベクトルである。

続いて、板曲げ要素を定式化する。本研究では、図3.3に示すように3頂点にある各節点で3自由度を有するZienkiewiczらの非適合要素[回転角度(θ_x, θ_y)が節点以外の境界で不連続]を用いた。

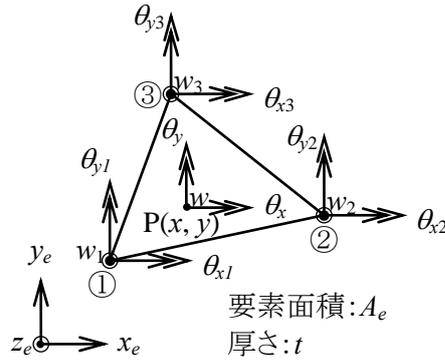


Fig. 3.3 板曲げ要素

要素内任意点 $P(x, y)$ の要素 z 方向変位 w を、面積座標 L_1, L_2, L_3 からなる互いに独立な9つの関数の1次多項式で仮定し、変位関数を

$$\begin{aligned}
 w = & \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \alpha_3 L_3 \\
 & + \alpha_4 \left(L_1^2 L_2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) + \alpha_5 \left(L_2^2 L_3 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \\
 & + \alpha_6 \left(L_3^2 L_1 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) + \alpha_7 \left(L_1 L_2^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \\
 & + \alpha_8 \left(L_2 L_3^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) + \alpha_9 \left(L_3 L_1^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

とする。Kirchhoff の平板理論によると回転角度は、

$$\begin{aligned}
 \theta_x &= \frac{\partial w}{\partial y} \\
 \theta_y &= -\frac{\partial w}{\partial x}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

と表せる. 3節点について式(3.18), (3.19)を考慮すると係数 $\alpha_1 \sim \alpha_9$ を決定でき, 点Pの変位 w を節点の変位, 回転角度 $(w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}), (w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}), (w_3, \theta_{x3}, \theta_{y3})$ の関数として表すことができる.

$$w = \{N_{11} \quad N_{12} \quad N_{13} \quad N_{21} \quad N_{22} \quad N_{23} \quad N_{31} \quad N_{32} \quad N_{33}\} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ w_2 \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \\ w_3 \\ \theta_{x3} \\ \theta_{y3} \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

$$= \{N\} \{u_i^e\}$$

$$\begin{aligned} N_{11} &= L_1 + L_1^2 L_2 - L_3^2 L_1 - L_1 L_2^2 + L_3 L_1^2 \\ N_{12} &= b_2 \left(L_3 L_1^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) - b_3 \left(L_1^2 L_2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \\ N_{13} &= c_2 \left(L_3 L_1^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) - c_3 \left(L_1^2 L_2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \\ N_{21} &= L_2 + L_2^2 L_3 - L_1^2 L_2 - L_2 L_3^2 + L_1 L_2^2 \\ N_{22} &= b_3 \left(L_1 L_2^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) - b_1 \left(L_2^2 L_3 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \\ N_{23} &= c_3 \left(L_1 L_2^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) - c_1 \left(L_2^2 L_3 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \\ N_{31} &= L_3 + L_3^2 L_1 - L_2^2 L_3 - L_3 L_1^2 + L_2 L_3^2 \\ N_{32} &= b_1 \left(L_2 L_3^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) - b_2 \left(L_3^2 L_1 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \\ N_{33} &= c_1 \left(L_2 L_3^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) - c_2 \left(L_3^2 L_1 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= y_2 - y_3 & c_1 &= x_3 - x_2 \\
b_2 &= y_3 - y_1 & c_2 &= x_1 - x_3 \\
b_3 &= y_1 - y_2 & c_3 &= x_2 - x_1
\end{aligned}
\tag{3.22}$$

一般化ひずみとして曲率 κ を考えると、要素内のひずみエネルギーに寄与する成分は次の3成分である。

$$\begin{aligned}
\{\varepsilon\} &= \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} w = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \{N\} \{u_i^e\} \\
&= [L][A_1][A_2][A_3]\{u_i^e\} = [L][A]\{u_i^e\} = [B]\{u_i^e\}
\end{aligned}
\tag{3.23}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_1 & L_2 & L_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_1 & L_2 & L_3 \end{bmatrix}
\tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
[A_1] &= [A_{11} \quad A_{12} \quad A_{13}] \\
[A_{11}] &= \begin{bmatrix} 4b_1b_3 + b_2b_3 & 4b_1b_2 + b_2b_3 \\ b_1b_3 & 2b_1^2 + b_1b_3 \\ 2b_1^2 + b_1b_2 & b_1b_2 \\ 4c_1c_3 + c_2c_3 & 4c_1c_2 + c_2c_3 \\ c_1c_3 & 2c_1^2 + c_1c_3 \\ 2c_1^2 + c_1c_2 & c_1c_2 \\ 4b_1c_3 + 4b_3c_1 + b_2c_3 + b_3c_2 & 4b_1c_2 + 4b_2c_1 + b_2c_3 + b_3c_2 \\ b_1c_3 + b_3c_1 & 4b_1c_1 + b_1c_3 + b_3c_1 \\ 4b_1c_1 + b_1c_2 + b_2c_1 & b_1c_2 + b_2c_1 \end{bmatrix} \\
[A_{12}] &= \begin{bmatrix} 2b_2^2 + b_2b_3 & b_2b_3 \\ 4b_2b_1 + b_3b_1 & 4b_2b_3 + b_3b_1 \\ b_2b_1 & 2b_2^2 + b_2b_1 \\ 2c_2^2 + c_2c_3 & c_2c_3 \\ 4c_2c_1 + c_3c_1 & 4c_2c_3 + c_3c_1 \\ c_2c_1 & 2c_2^2 + c_2c_1 \\ 4b_2c_2 + b_2c_3 + b_3c_2 & b_2c_3 + b_3c_2 \\ 4b_2c_1 + 4b_1c_2 + b_3c_1 + b_1c_3 & 4b_2c_3 + 4b_3c_2 + b_3c_1 + b_1c_3 \\ b_2c_1 + b_1c_2 & 4b_2c_2 + b_2c_1 + b_1c_2 \end{bmatrix} \\
[A_{13}] &= \begin{bmatrix} b_3b_2 & 2b_3^2 + b_3b_2 \\ 2b_3^2 + b_3b_1 & b_3b_1 \\ 4b_3b_2 + b_1b_2 & 4b_3b_1 + b_1b_2 \\ c_3c_2 & 2c_3^2 + c_3c_2 \\ 2c_3^2 + c_3c_1 & c_3c_1 \\ 4c_3c_2 + c_1c_2 & 4c_3c_1 + c_1c_2 \\ b_3c_2 + b_2c_3 & 4b_3c_3 + b_3c_2 + b_2c_3 \\ 4b_3c_3 + b_3c_1 + b_1c_3 & b_3c_1 + b_1c_3 \\ 4b_3c_2 + 4b_2c_3 + b_1c_2 + b_2c_1 & 4b_3c_1 + 4b_1c_3 + b_1c_2 + b_2c_1 \end{bmatrix} \tag{3.25}
\end{aligned}$$

$$[A_2] = \begin{bmatrix} b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_2 & -c_2 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

$$[A_3] = \frac{1}{2A_e} \begin{bmatrix} -c_1 & 2A_e & 0 & -c_2 & 0 & 0 & -c_3 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 2A_e & b_2 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 \\ -c_1 & 0 & 0 & -c_2 & 2A_e & 0 & -c_3 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 2A_e & b_3 & 0 & 0 \\ -c_1 & 0 & 0 & -c_2 & 0 & 0 & -c_3 & 2A_e & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 2A_e \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

対応する一般化応力(モーメント)は, 等方性材料の場合,

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ & 1 & 0 \\ sym. & & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \{\varepsilon\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{u_i^e\} \quad (3.28)$$

となる.

膜要素と同じように, Hamiltonの原理によって要素運動方程式を求める. まず, 運動エネルギー T^e は

$$\begin{aligned} T^e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \{\hat{\dot{u}}^e\}^T \{\hat{\dot{u}}^e\} dV \\ &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \begin{pmatrix} \dot{u} & \dot{v} & \dot{w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} dV \\ &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \begin{pmatrix} z\dot{\theta}_y & -z\dot{\theta}_x & \dot{w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z\dot{\theta}_y \\ -z\dot{\theta}_x \\ \dot{w} \end{pmatrix} dV \end{aligned} \quad (3.29)$$

となるが, 一般に, 回転による運動エネルギー(回転慣性)を無視して,

$$T^e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho (\dot{w} \cdot \dot{w}) dV \quad (3.30)$$

とする。ひずみエネルギー U^e は、一般化ひずみ、応力として曲率、モーメント(すでに板厚方向に積分されている)を用いているので、次のようになる。

$$U^e = \frac{1}{2} \int_{A_e} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dA \quad (3.31)$$

外力による仕事 W_1^e は、外力は z_e 方向のみに作用する(モーメントは作用しない)と制限すると、

$$W_1^e = \int_{A_e} (w \cdot f_{1z}) dA \quad (3.32)$$

となる。ここで、 f_{1z} は z_e 方向に作用する単位面積当たりの外力である。また、要素間力による仕事 W_2^e は、モーメントによる仕事も考慮しなければならないので、

$$\begin{aligned} W_2^e &= \int_{s_2} \{\bar{u}^e\}^T \{f_2\} ds \\ &= \int_{s_2} \{w \quad \theta_x \quad \theta_y\} \{f_2\} ds \\ &= \int_{s_2} \left\{ 1 \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad -\frac{\partial}{\partial x} \right\} w \{f_2\} ds \\ &= \int_{s_2} \left\{ 1 \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad -\frac{\partial}{\partial x} \right\} [N] \{u_i^e\} \{f_2\} ds \\ &= \int_{s_2} [\bar{N}] \{u_i^e\} \{f_2\} ds \end{aligned} \quad (3.33)$$

となる。ここで、 $[N]$ は先述の w に対する形状関数、 $[\bar{N}]$ は w 、 θ_x 、 θ_y に対する形状関数である。 $\{f_2\} = \{f_{2z} \quad m_{2x} \quad m_{2y}\}^T$ は要素境界単位長さ当たりの要素間力ベクトルであり、 m_{2x} 、 m_{2y} はそれぞれ x_e 軸周り、 y_e 軸周りのモーメントである。

以上より、要素質量マトリクス $[M^e]$ 、要素剛性マトリクス $[K^e]$ 、要素外力ベクトル $\{F_1^e\}$ 、要素間力ベクトル $\{F_2^e\}$ は次のように求まる。

$$\begin{aligned}
[M^e] &= \int_{V_e} \rho \{N\}^T \{N\} dV = \int_{A_e} (\rho \{N\}^T \{N\} \cdot t) dx dy \\
&= \rho \left(\int_{A_e} \{N\}^T \{N\} dx dy \right) t = \rho \left[\int_{A_e} ([C]^{-1})^T \{N'\}^T \{N'\} [C]^{-1} dx dy \right] t \\
&= \rho ([C]^{-1})^T \left(\int_{A_e} \{N'\}^T \{N'\} dx dy \right) [C]^{-1} t
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -b_3 & -c_3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -b_1 & -c_1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -b_2 & -c_2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & b_1 & c_1 \\ 1 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

$$\begin{aligned}
&\int_{A_e} \{N'\}^T \{N'\} dx dy \\
&= A_e \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{7}{360} & \frac{1}{120} & \frac{1}{72} & \frac{1}{72} & \frac{1}{120} & \frac{7}{360} \\ & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{72} & \frac{1}{360} & \frac{1}{120} & \frac{1}{360} & \frac{1}{72} & \frac{1}{120} \\ & & \frac{1}{6} & \frac{1}{120} & \frac{1}{72} & \frac{1}{360} & \frac{1}{120} & \frac{1}{360} & \frac{1}{72} \\ & & & \frac{10080}{31} & \frac{10080}{13} & \frac{10080}{13} & \frac{2016}{5} & \frac{10080}{11} & \frac{10080}{19} \\ & & & & \frac{10080}{31} & \frac{10080}{13} & \frac{10080}{19} & \frac{2016}{5} & \frac{10080}{11} \\ & & & & & \frac{10080}{31} & \frac{10080}{11} & \frac{2016}{19} & \frac{10080}{5} \\ & & & & & & \frac{10080}{31} & \frac{10080}{13} & \frac{2016}{13} \\ & & & & & & & \frac{10080}{31} & \frac{10080}{13} \\ & & & & & & & & \frac{10080}{31} \\ & & & & & & & & & \frac{10080}{10080} \end{bmatrix} \tag{3.36}
\end{aligned}$$

$$\{N'\} = \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_1^2 L_2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \\ L_2^2 L_3 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \\ L_3^2 L_1 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \\ L_1 L_2^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \\ L_2 L_3^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \\ L_3 L_1^2 + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3 \end{Bmatrix}^T \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} [K^e] &= \int_{A_e} [B]^T [D][B] dx dy = \int_{A_e} [A]^T [L]^T [D][L][A] dx dy \\ &= [A]^T \left(\int_{A_e} [L]^T [D][L] dx dy \right) [A] \\ &= [A]^T \cdot \frac{A_e}{12} \begin{bmatrix} 2d_{11} & d_{11} & d_{11} & 2d_{12} & d_{12} & d_{12} & 2d_{13} & d_{13} & d_{13} \\ d_{11} & 2d_{11} & d_{11} & d_{12} & 2d_{12} & d_{12} & d_{13} & 2d_{13} & d_{13} \\ d_{11} & d_{11} & 2d_{11} & d_{12} & d_{12} & 2d_{12} & d_{13} & d_{13} & 2d_{13} \\ 2d_{21} & d_{21} & d_{21} & 2d_{22} & d_{22} & d_{22} & 2d_{23} & d_{23} & d_{23} \\ d_{21} & 2d_{21} & d_{21} & d_{22} & 2d_{22} & d_{22} & d_{23} & 2d_{23} & d_{23} \\ d_{21} & d_{21} & 2d_{21} & d_{22} & d_{22} & 2d_{22} & d_{23} & d_{23} & 2d_{23} \\ 2d_{31} & d_{31} & d_{31} & 2d_{32} & d_{32} & d_{32} & 2d_{33} & d_{33} & d_{33} \\ d_{31} & 2d_{31} & d_{31} & d_{32} & 2d_{32} & d_{32} & d_{33} & 2d_{33} & d_{33} \\ d_{31} & d_{31} & 2d_{31} & d_{32} & d_{32} & 2d_{32} & d_{33} & d_{33} & 2d_{33} \end{bmatrix} [A] \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\{F_1^e\} = \int_{A_e} (\{N\}^T \cdot f_{1z}) dA \quad (3.39)$$

$$\{F_2^e\} = \int_{s_2} [\bar{N}]^T \{f_2\} ds \quad (3.40)$$

なお, d_{ij} は $[D]$ の i 行 j 列成分である。

以上の膜要素と板曲げ要素の要素運動方程式から、平面シェル要素の要素運動方程式を求める。変形が微小であり、膜変位 (u, v) と曲げ変位 (w, θ_x, θ_y) は連成しないと仮定して、式(3.41)～(3.45)、図3.4に示すように、膜要素と板曲げ要素の要素運動方程式を組み合わせて平面シェル要素の要素運動方程式を作成する。ただし、膜要素と板曲げ要素の組み合わせでは、要素法線周り回転 θ_z に対する慣性と剛性が不定になるので、本研究では、平面板構造のみを解析対象として回転 θ_z を拘束することで対処した。

$$[M^e]\{\ddot{u}_i^e\} + [K^e]\{u_i^e\} = \{F_1^e\} + \{F_2^e\} \quad (3.41)$$

$$\{u_i^e\} = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad \theta_{z1} \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \theta_{x2} \quad \theta_{y2} \quad \theta_{z2} \quad u_3 \quad v_3 \quad w_3 \quad \theta_{x3} \quad \theta_{y3} \quad \theta_{z3}\}^T \quad (3.42)$$

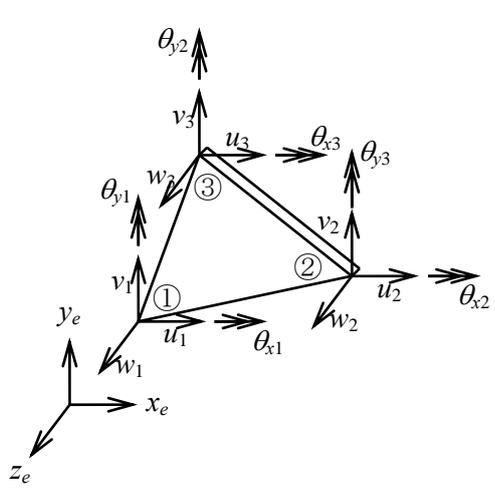
$$\{\ddot{u}_i^e\} = \{\ddot{u}_1 \quad \ddot{v}_1 \quad \ddot{w}_1 \quad \ddot{\theta}_{x1} \quad \ddot{\theta}_{y1} \quad \ddot{\theta}_{z1} \quad \ddot{u}_2 \quad \ddot{v}_2 \quad \ddot{w}_2 \quad \ddot{\theta}_{x2} \quad \ddot{\theta}_{y2} \quad \ddot{\theta}_{z2} \quad \ddot{u}_3 \quad \ddot{v}_3 \quad \ddot{w}_3 \quad \ddot{\theta}_{x3} \quad \ddot{\theta}_{y3} \quad \ddot{\theta}_{z3}\}^T \quad (3.43)$$

$$\{F_1^e\} = \{f_{1x1} \quad f_{1y1} \quad f_{1z1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad f_{1x2} \quad f_{1y2} \quad f_{1z2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad f_{1x3} \quad f_{1y3} \quad f_{1z3} \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T \quad (3.44)$$

$$\{F_2^e\} = \{f_{2x1} \quad f_{2y1} \quad f_{2z1} \quad m_{2x1} \quad m_{2y1} \quad 0 \quad f_{2x2} \quad f_{2y2} \quad f_{2z2} \quad m_{2x2} \quad m_{2y2} \quad 0 \quad f_{2x3} \quad f_{2y3} \quad f_{2z3} \quad m_{2x3} \quad m_{2y3} \quad 0\}^T \quad (3.45)$$

構造減衰を考慮する場合は、損失係数 η を用いて要素剛性マトリクス $[K_e]$ を次式のように複素剛性マトリクスに置き換える。

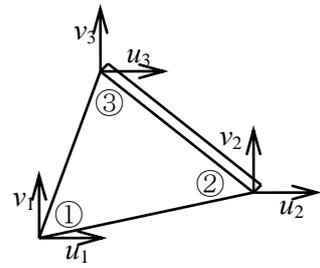
$$[M^e]\{\ddot{u}_i^e\} + (1 + j\eta)[K^e]\{u_i^e\} = \{F_1^e\} + \{F_2^e\} \quad (3.46)$$



u_1	v_1	w_1	θ_{x1}	θ_{y1}	θ_{z1}	u_2	v_2	w_2	θ_{x2}	θ_{y2}	θ_{z2}	u_3	v_3	w_3	θ_{x3}	θ_{y3}	θ_{z3}
a_{11}	a_{12}	0	0	0	0	a_{13}	a_{14}	0	0	0	0	a_{15}	a_{16}	0	0	0	0
a_{21}	a_{22}	0	0	0	0	a_{23}	a_{24}	0	0	0	0	a_{25}	a_{26}	0	0	0	0
0	0	b_{11}	b_{12}	b_{13}	0	0	0	b_{14}	b_{15}	b_{16}	0	0	0	b_{17}	b_{18}	b_{19}	0
0	0	b_{21}	b_{22}	b_{23}	0	0	0	b_{24}	b_{25}	b_{26}	0	0	0	b_{27}	b_{28}	b_{29}	0
0	0	b_{31}	b_{32}	b_{33}	0	0	0	b_{34}	b_{35}	b_{36}	0	0	0	b_{37}	b_{38}	b_{39}	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{31}	a_{32}	0	0	0	0	a_{33}	a_{34}	0	0	0	0	a_{35}	a_{36}	0	0	0	0
a_{41}	a_{42}	0	0	0	0	a_{43}	a_{44}	0	0	0	0	a_{45}	a_{46}	0	0	0	0
0	0	b_{41}	b_{42}	b_{43}	0	0	0	b_{44}	b_{45}	b_{46}	0	0	0	b_{47}	b_{48}	b_{49}	0
0	0	b_{51}	b_{52}	b_{53}	0	0	0	b_{54}	b_{55}	b_{56}	0	0	0	b_{57}	b_{58}	b_{59}	0
0	0	b_{61}	b_{62}	b_{63}	0	0	0	b_{64}	b_{65}	b_{66}	0	0	0	b_{67}	b_{68}	b_{69}	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_{51}	a_{52}	0	0	0	0	a_{53}	a_{54}	0	0	0	0	a_{55}	a_{56}	0	0	0	0
a_{61}	a_{62}	0	0	0	0	a_{63}	a_{64}	0	0	0	0	a_{65}	a_{66}	0	0	0	0
0	0	b_{71}	b_{72}	b_{73}	0	0	0	b_{74}	b_{75}	b_{76}	0	0	0	b_{77}	b_{78}	b_{79}	0
0	0	b_{81}	b_{82}	b_{83}	0	0	0	b_{84}	b_{85}	b_{86}	0	0	0	b_{87}	b_{88}	b_{89}	0
0	0	b_{91}	b_{92}	b_{93}	0	0	0	b_{94}	b_{95}	b_{96}	0	0	0	b_{97}	b_{98}	b_{99}	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

平面シェル要素

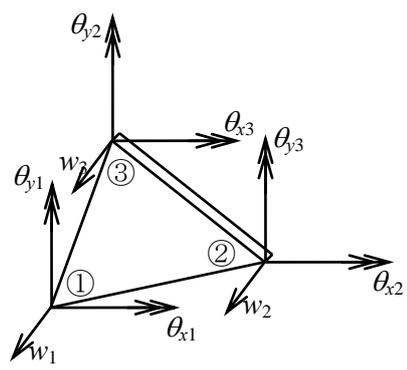
//



u_1	v_1	u_2	v_2	u_3	v_3
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}
...
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	a_{46}
...
a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}	a_{56}
a_{61}	a_{62}	a_{63}	a_{64}	a_{65}	a_{66}

膜要素

+



w_1	θ_{x1}	θ_{y1}	w_2	θ_{x2}	θ_{y2}	w_3	θ_{x3}	θ_{y3}
b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}	b_{17}	b_{18}	b_{19}
b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	b_{26}	b_{27}	b_{28}	b_{29}
b_{31}	b_{32}	b_{33}	b_{34}	b_{35}	b_{36}	b_{37}	b_{38}	b_{39}
...
b_{41}	b_{42}	b_{43}	b_{44}	b_{45}	b_{46}	b_{47}	b_{48}	b_{49}
b_{51}	b_{52}	b_{53}	b_{54}	b_{55}	b_{56}	b_{57}	b_{58}	b_{59}
b_{61}	b_{62}	b_{63}	b_{64}	b_{65}	b_{66}	b_{67}	b_{68}	b_{69}
...
b_{71}	b_{72}	b_{73}	b_{74}	b_{75}	b_{76}	b_{77}	b_{78}	b_{79}
b_{81}	b_{82}	b_{83}	b_{84}	b_{85}	b_{86}	b_{87}	b_{88}	b_{89}
b_{91}	b_{92}	b_{93}	b_{94}	b_{95}	b_{96}	b_{97}	b_{98}	b_{99}

板曲げ要素

Fig. 3.4 平面シェル要素の要素質量マトリクスと要素剛性マトリクス

板全体に対する運動方程式は、全要素について平面シェル要素の要素運動方程式(3.41)～(3.45)を定式化し、要素座標系 $x_e y_e z_e$ から全体座標系 xyz に座標変換した後、全節点自由度について重ね合わせることによって、次のように得られる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (3.47)$$

ここで、 $[M]$ が全体質量マトリクス、 $[K]$ が全体剛性マトリクス、 $\{u\}$ が節点変位ベクトル、 $\{\ddot{u}\}$ が節点加速度ベクトル、 $\{F\}$ が外力ベクトルである。なお、要素運動方程式(3.41)に存在した要素間力ベクトル $\{F_2^e\}$ は、全要素について重ね合わせることによって0になるとする。ただし、離散化理論上は、ここで用いた板曲げ要素では要素境界で回転角度 θ_x, θ_y が不連続であるため、要素間力による仕事が存在することになる。また、同様の理由により、要素運動方程式の定式化では考慮されていない要素境界での無限大のひずみエネルギーも存在することになるが、これも無視する。

式(3.47)を節点振動速度で整理することにより、式(3.3)が得られる。

3.2.4. 音場と板振動の連成挙動のモデル化

板の振動速度 v と板を挟んで対面する音場の媒質粒子速度 u の関係、および、板表裏の音圧差により板に作用する音圧加振力 f^p について説明する。

まず、板とその板上の媒質粒子は離れず一体となって振動すると仮定すると、互いに対面する領域I, IIの音場要素 i の法線方向粒子速度 $u_{I,i}^v, u_{II,i}^v$ とそれら要素に挟まれた板要素 i の法線方向振動速度 w_i はすべて等しくなる。すなわち、

$$u_{I,i}^v = \bar{w}_i \quad (3.48)$$

$$u_{I,i}^v + u_{II,i}^v = 0 \quad (3.49)$$

と記述できる. なお, 粒子速度は要素内一定であるが, 板振動速度 $w_i(x,y)$ (x, y は要素面内座標)は要素内で分布を持つため, 式(3.50)で定義する要素内平均振動速度 \bar{w}_i を用いている. ここで, A_e は要素面積である.

$$\bar{w}_i = \int_{A_e} w_i dx dy / A_e \quad (3.50)$$

板と板に接する境界 Γ_{Iv} , Γ_{IIv} 上の互いに重なるすべての要素組み合わせ ($i=1, \dots, N'$)について式(3.48), (3.49)を作成すると, 式(3.51)の伝達マトリクス方程式を得られる.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I^v \\ \mathbf{u}_{II}^v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{A} \\ -\mathbf{A} \end{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \quad (3.51)$$

ここで, \mathbf{A} は多孔板の全節点・全自由度の振動速度からなるベクトル $\{\mathbf{v}\}$ から, 要素ごとの平均振動速度を算出するための係数マトリクス[式(3.50)を全板要素について展開した係数で構成される]であり, $-\mathbf{A}$ はその逆符号のマトリクスである. なお, 式(3.48), (3.49), (3.51)は板振動速度 w_i の正方向が領域 I の粒子速度 $u_{I,i}^v$ の正方向(外向き方向)と等しい場合の関係であり, 逆に領域 II の粒子速度 $u_{II,i}^v$ と等しい場合には, 式(3.51)の右辺において \mathbf{A} と $-\mathbf{A}$ が逆になる.

次に, 板表裏の音圧差により板に作用する音圧加振力 f^p について説明する. 互いに対面する領域 I, II の音場要素 i に挟まれた板要素の各節点に作用する音圧加振力は, 板表裏の音圧差を用いて,

$$\{f_i^p\} = \{N_i\} (p_{I,i}^v - p_{II,i}^v) \quad (3.52)$$

として与えることができる. ここで, $\{N_i\}$ は板曲げ要素の形状関数などからなる係数ベクトルである. 音圧差に係数ベクトル $\{N_i\}$ を乗ずることで, 要素内で均一の法線方向の

力である音圧加振力を板要素を構成する節点における等価な力およびモーメントに置換できる。

すべての板要素 ($i=1, \dots, N'$) について式(3.52)を作成し, すべての節点自由度について重ね合わせると, 式(3.53)の伝達マトリクス方程式が得られる。

$$\{f^p\} = [N \quad -N] \begin{Bmatrix} p_I^v \\ p_{II}^v \end{Bmatrix} \quad (3.53)$$

なお, 式(3.52), (3.53)は板振動速度 w_i の正方向が領域 I の粒子速度 $u_{I^v,i}$ の正方向 (外向き方向) と等しい場合の関係であり, 逆に領域 II の粒子速度 $u_{II^v,i}$ と等しい場合には, 式(3.53)の右辺において N と $-N$ が逆になる。

以上で導出した5つのマトリクス方程式(3.1), (3.2), (3.3), (3.51), (3.53)を連立することにより, 振動する板を含んだ全音場に対する全体マトリクス方程式が式(3.54)のように導出される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{II} & \mathbf{H}_{Iv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_{IvI} & \mathbf{H}_{IvIv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{IIII} & \mathbf{H}_{IIIIv} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{IvII} & \mathbf{H}_{IvIIv} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -N & \mathbf{0} & N & j\omega\mathbf{M} + \frac{1+j\eta}{j\omega}\mathbf{K} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_I \\ p_I^v \\ p_{II} \\ p_{II}^v \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{II} & \mathbf{G}_{Iv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_{IvI} & \mathbf{G}_{IvIv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{IIII} & \mathbf{G}_{IIIIv} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{IvII} & \mathbf{G}_{IvIIv} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_I \\ u_I^v \\ u_{II} \\ u_{II}^v \\ \mathbf{f} \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

式(3.54)の連立方程式を解くことで、振動する板を含む全音場を求めることができる。すべての音場要素において音圧 p が未知数であり、板に接する境界 Γ_{Iv} , Γ_{IIv} 上の音場要素、および、吸音境界など音響インピーダンスが規定されている要素では粒子速度 u も未知数となる。

なお、ここでは1枚の板と2つの音場領域で構成される場合について説明したが、より多くの板、音場領域が存在する場合に対しても、同様の取り扱いにより解析可能である。

3.3. 解析手法の有効性の検証：短冊板音圧励振実験との比較

前節の数値解析手法の有効性を検証するため、無限空間内に設置された板が音圧により励振される問題を対象に、解析結果を実験結果と比較する。

3.3.1. 検証対象

実験および数値解析の概略を図3.5に示す。現象を単純化するために、単軸方向の波動伝搬を誘起する細い短冊板を設定した。長さ 850mm、幅 50mm、厚さ 3mmのアルミ製の短冊板を無限空間内に無拘束で設置し、板中心から正面、距離 100mmの位置ある点音源から放射される音圧により板を加振した。実験、数値解析の双方で点音源近傍の音圧 s [Pa] および板中心位置の振動速度 v [m/s] を求めて、伝達関数 $20\log(v/s)$ を両者で比較した。また、板に励起された共振について、振動モードを比較した。

実験風景を写真3.1に示す。短冊板は、その一方の短辺の両端2隅を上方からワイヤで吊り、無拘束状態を模擬した。点音源は、スピーカからの出力音を内径 16mmの銅製パイプに導入し、パイプ先端から放射させることで模擬した。また、実験は半無響室内で実施し、床面および周囲に吸音くさびを配置することで、音響的に無限空間を実現した。なお、板振動はレーザー式振動計測装置を用いて非接触で測定した。

数値解析は、対称条件を用いて、図3.6に示す 1/2 モデル(短辺方向に 1/2 領域のみ離散化)で実施した。同図は板要素および板表裏の音場要素の要素分割を表しており、三角形要素で長辺を 106 分割、短辺を 2 分割している。点音源は、一辺 10mmの直方体の全面を同振幅・同位相で駆動させることで模擬した。ただし、点音源の表面積に実験と解析とで差異(解析 600mm^2 / 実験 $200\text{mm}^2=3.0$)があるので、解析値から算出した伝達関数は $-20\log(3.0)=-9.5\text{dB}$ の補正をした。なお、解析は、12.5Hz刻みで実施した。

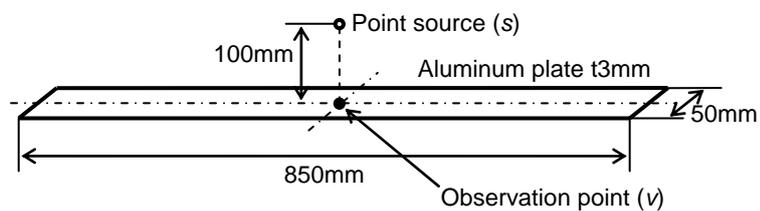


Fig. 3.5 Object for experiment and numerical analysis

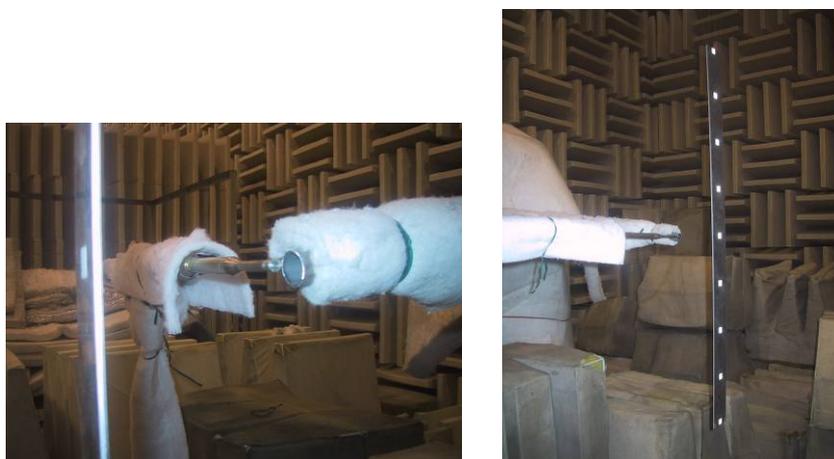


Photo 3.1 Experiment



Fig. 3.6 Numerical model (1/2 model)

3.3.2. 実験結果と解析結果

音源音圧 s [Pa] と板中心位置の振動速度 v [m/s] から算出した伝達関数 $20\log(v/s)$ の周波数特性を図3.7に示す. 同図中, 破線が実験結果で, 実線が解析結果である. 全周波数範囲において, 両者が良好に一致していることを確認できる. なお, 1500Hz 付近など, 実験結果のみで見られるピーク・ディップがあるが, これらは対称問題として

解いている数値解析では理論的に発現しない板の長手方向曲げの偶数次モードとねじれモードの共振に起因するものであり、実験における加振条件、拘束条件の不正により励起されたと考えられる。

次に、図3.7中の板共振ピーク(a)、(b)における振動モードを図3.8に示す。振動モード図は、短辺方向を2分割した半分の領域(図3.6の数値モデルと同様)のみ示しており、白色領域と黒色領域が最大振幅であり、互いに逆位相である。振動モードも、実験と数値解析が良好に一致していることを確認できる。

以上より、本連成解析手法が十分な予測精度を有していることを確認できた。

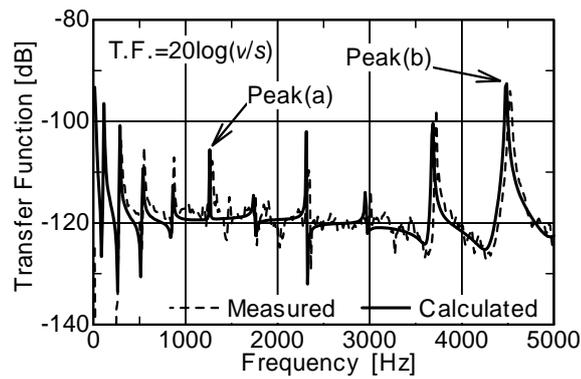


Fig. 3.7 Transfer function by experiment and numerical analysis

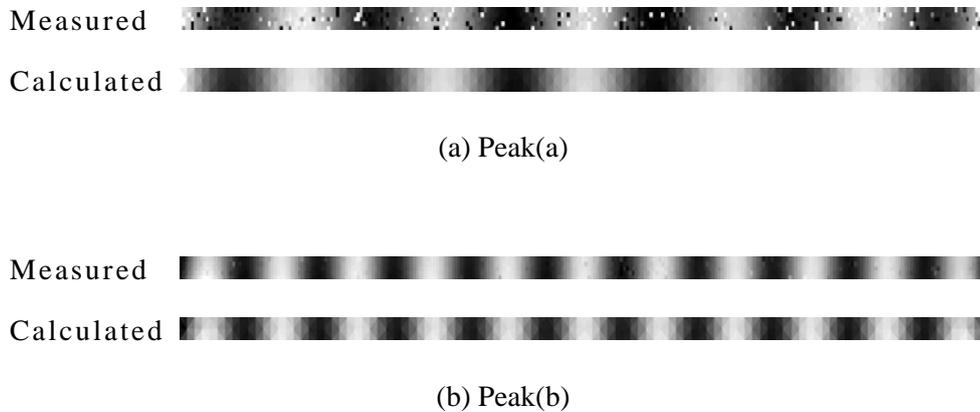


Fig. 3.8 Vibration mode of the plate by experiment and numerical analysis

3.4. 結言

振動する多孔板を含む音場の数値解析手法の提案(第4章)の前段階として, 振動している板(孔はなく, 多孔板ではない)を含む3次元音場の数値解析手法について, その有効性を検証した. 同解析手法では, 音場の離散化に境界要素法を, 板の離散化に有限要素法を用いている. 無限空間内に設置された短冊板の音圧加振問題を対象に, 実測結果と数値解析結果とを比較して, 両者が良好に一致すること, すなわち, 解析手法の有効性を確認できた.

第4章．振動する多孔板を含む音場の数値解析手法

4.1. 緒言

本章では，振動する多孔板を含む3次元音場の数値解析手法について提案する．ここでは，多孔板の吸音特性の非線形性は考慮しない．

第2章では，静止している多孔板を含む音場の数値解析手法について，3次元音場の予測に対する有効性を確認した．

一方で，多孔板表面上の音圧による多孔板の音響連成振動を無視できない，すなわち，多孔板が振動することにより吸音性能が変化する事例が報告されている⁽³¹⁾．多孔板の音響連成振動は，吸音性能向上に向けた孔の微細化に伴う多孔板の薄肉化⁽³⁾(微細孔加工上の技術的制約)，多孔板の大型化，大音圧下での使用による音圧加振力の増大などにより顕著になるので，これを無視できない問題は多数存在すると考えられる．また，多孔板構造に直接作用する機械的加振力や検討対象周波数帯域の高周波数化も影響を及ぼす．したがって，多孔板を含む音場の数値解析手法をより広範な問題に適用するためには，多孔板の振動を考慮した数値解析手法の確立が必要不可欠である．

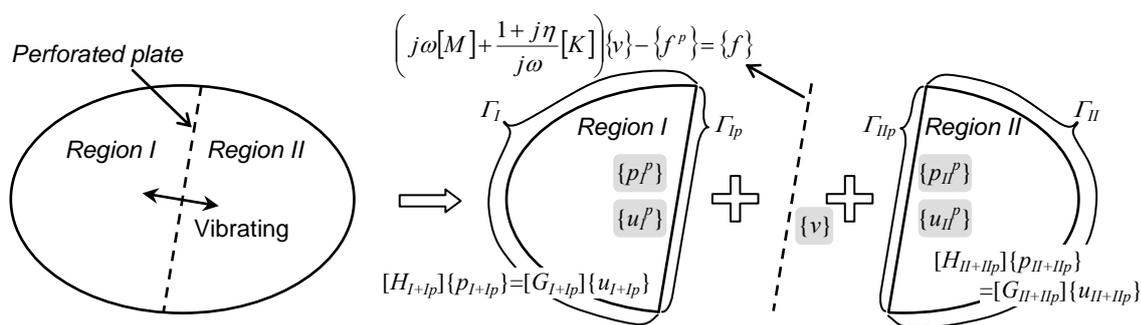
そこで本章では，振動する多孔板を含む3次元音場の数値解析手法について提案する．第3章で述べた音場に境界要素法を，板に有限要素法を適用した音場と板の連成解析手法に，第2章で3次元音場に対する有効性を確認した多孔板の吸音モデルを組み込む手法を検討する．そして，実験⁽³¹⁾と比較することにより同法の有効性を確認する．また，実験との比較検証においてしばしば問題となる多孔板の周囲拘束条件などが吸音特性に及ぼす影響についても明らかにする．さらに，振動している構造体からの放射音の低減に向けた多孔板最適設計問題に同法を適用して，その有用性を確認する．

4.2. 解析手法

4.2.1. 多孔板を含む音場のモデル化

振動する多孔板を含む音場の例として図4.1に示す音場を取り上げ、数値モデル化手法について説明する. この音場は多孔板によって2つの領域(領域 I と II)に分割されている. 多孔板はその表裏から作用する音圧や外部からの機械加振力により加振され, 振動している. 図4.1(b)に示すように, 領域 I, II の多孔板に接する境界をそれぞれ Γ_{Ip} , Γ_{IIP} とし, それ以外の境界をそれぞれ Γ_I , Γ_{II} とする.

まず, 2つの音場領域 I, II には境界要素法を, 多孔板には有限要素法を適用し, 各音場および多孔板振動を記述したマトリクス方程式を作成する. その際, 両音場領域の多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIP} と多孔板は同じ要素分割とする. そして, 多孔板要素とその要素を挟んで互いに対面する2つの音場要素の状態量である板振動速度と音圧および媒質粒子速度を結び付けるマトリクス方程式を新たに導出し, 振動する多孔板を含んだ全音場に対する全体マトリクス方程式を導く. なお, 本手法で用いる多孔板の吸音モデルは, 多孔板の吸音メカニズムを巨視的に(多数の孔の作用を一括して)表現するモデルとし, 要素における個々の孔位置については考慮しない.



(a) Acoustic field including vibrating perforated plate

(b) Method for numerical modeling

Fig. 4.1 Numerical modeling of acoustic field including vibrating perforated plate

4.2.2. 境界要素法による音場の定式化

音場領域 I, II に対するマトリクス方程式は, 2.2.2.節と同様にして, 式(4.1), (4.2)となる. ここで, $\{p_I^p\}$, $\{p_{II}^p\}$, $\{u_I^p\}$, $\{u_{II}^p\}$ は多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} の音圧ベクトルと粒子速度ベクトルであり, $\{p_I\}$, $\{p_{II}\}$, $\{u_I\}$, $\{u_{II}\}$ はそれ以外の境界 Γ_I , Γ_{II} の音圧ベクトルと粒子速度ベクトルである. \mathbf{H}_{XY} , \mathbf{G}_{XY} ($X, Y=I, Ip, II, IIp$)は, それぞれ係数マトリクス $[H]$, $[G]$ の部分マトリクスである.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{II} & \mathbf{H}_{IIp} \\ \mathbf{H}_{IpI} & \mathbf{H}_{IpIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I \\ \mathbf{p}_I^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{II} & \mathbf{G}_{IIp} \\ \mathbf{G}_{IpI} & \mathbf{G}_{IpIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I \\ \mathbf{u}_I^p \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{IIII} & \mathbf{H}_{IIIIp} \\ \mathbf{H}_{IIpII} & \mathbf{H}_{IIpIIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{II} \\ \mathbf{p}_{II}^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{IIII} & \mathbf{G}_{IIIIp} \\ \mathbf{G}_{IIpII} & \mathbf{G}_{IIpIIp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{II} \\ \mathbf{u}_{II}^p \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

式(4.1), (4.2)において, 多孔板に接しない境界 Γ_I , Γ_{II} のうち, 粒子速度が既知の要素(境界条件として, 剛壁条件あるいは音場に対する加振として任意の速度値が与えられる要素)では音圧のみが未知数となり, 音響インピーダンスが既知の要素(境界条件として, 吸音特性が与えられる要素)では音圧と粒子速度が未知数となる. 多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} では, 音圧と粒子速度がともに未知数となる.

4.2.3. 有限要素法による多孔板の定式化

多孔板に対するマトリクス方程式は, 孔のない板に対する 3.2.3.節と同様にして, 式(4.3)となる. なお, 本研究では, 孔サイズと開口率が小さい多孔板への適用を前提として, 開孔による多孔板の質量, 剛性の減少は無視する.

$$\left(j\omega[M] + \frac{1+j\eta}{j\omega}[K] \right) \{v\} - \{f^p\} = \{f\} \quad (4.3)$$

4.2.4. 音場と多孔板振動の連成挙動のモデル化

多孔板の振動速度 v と多孔板を挟んで対面する音場の音圧 p と媒質粒子速度 u の関係, および, 多孔板表裏の音圧差により板に作用する音圧加振力 f^p について説明する.

まず, 多孔板の板厚が音波の波長より十分小さい場合への適用を前提として, 孔内の媒質は一体となって運動すると仮定すると, 孔内媒質の両端面に位置する領域 I, II の音場要素 i の法線方向粒子速度 $u_{I,i}^p, u_{II,i}^p$ は等しくなる. すなわち,

$$u_{I,i}^p + u_{II,i}^p = 0 \quad (4.4)$$

となる. これは, 2.2.3.節の多孔板が振動していない場合と同じである.

次に, 多孔板による圧力減衰は, 多孔板と媒質の相対速度によって誘起されると考えて,

$$p_{I,i}^p - p_{II,i}^p = -Z(u_{II,i}^p + \bar{w}_i) \quad (4.5)$$

とする. ここで, $p_{I,i}^p, p_{II,i}^p$ は対面する領域 I, II の音場要素 i の音圧, $u_{II,i}^p$ は領域 II の音場要素 i の法線方向粒子速度であり, \bar{w}_i は音場要素 i に接する多孔板要素内の平均法線方向振動速度である. 多孔板要素内の法線方向振動速度 $w_i(x,y)$ (x, y は要素面内座標)は要素内で一定ではないので, 平均振動速度 \bar{w}_i は,

$$\bar{w}_i = \text{sign} \left(\int_{A_e} w_i dx dy \right) / A_e \quad (4.6)$$

から求める. ここで, A_e は要素面積, sign は領域 II の音場要素と多孔板要素の法線方向の関係により決まる符号である. 式(4.5)では, 多孔板による圧力減衰が多孔板と媒質の相対速度に依存するとして, 多孔板が振動していない場合の式(2.45)の右辺の

$-Zu_{II,i}^p$ を $-Z(u_{II,i}^p + \bar{w}_i)$ に置き換えている. 式(4.5)の Z については, 多孔板が振動していない場合の式(2.46), (2.47), (2.48)と同様であるが, 本節では, 多孔板の吸音特性の非線形性を無視できる環境への適用を前提として, 非線形性を現す式(2.46)の右辺第2項を削除している.

$$\operatorname{Re}[Z] = \operatorname{Re} \left[\frac{j}{1 - \frac{2J_1(k_s a)}{k_s a J_0(k_s a)}} \right] \frac{\omega \rho (t + d)}{R_p} \quad (4.7)$$

$$\operatorname{Im}[Z] = \left\{ \operatorname{Im} \left[\frac{j}{1 - \frac{2J_1(k_s a)}{k_s a J_0(k_s a)}} \right] t + \frac{8d}{3\pi} \right\} \frac{\omega \rho}{R_p} \quad (4.8)$$

$$k_s^2 = -j\omega\rho/\mu \quad (4.9)$$

多孔板と多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} 上の互いに重なるすべての要素組み合わせ($i=1, \dots, N'$)について式(4.4), (4.5)を作成すると, 式(4.10)の伝達マトリクス方程式を得られる.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I^p \\ \mathbf{u}_I^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{Z} & -\mathbf{ZA} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{II}^p \\ \mathbf{u}_{II}^p \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

ここで, \mathbf{A} は多孔板の全節点・全自由度の振動速度からなるベクトル $\{\mathbf{v}\}$ から, 要素ごとの平均振動速度を算出するための係数マトリクス[式(4.6)を全板要素について展開した係数で構成される]である. $-\mathbf{Z}$ は式(4.7), (4.8)から求める各要素の組み合わせに対する係数 Z の逆符号値を対角に持つ対角マトリクス, \mathbf{I} と $-\mathbf{I}$ は正および負の単位マトリクス, $\mathbf{0}$ は零マトリクスである.

次に、多孔板表裏の音圧差により多孔板に作用する音圧加振力 f^p について説明する。互いに対面する領域 I, II の音場要素 i に挟まれた板要素の各節点に作用する音圧加振力は、多孔板表裏の音圧差を用いて、

$$\{f_i^p\} = \{N_i\}(p_{I,i}^p - p_{II,i}^p) \quad (4.11)$$

として与えることができる。これは 3.2.4.節の孔のない板に対する場合と同じであるが、多孔板の場合には、式(4.11)の右辺の音圧差は式(4.5)によって多孔板と媒質の相対速度に関係付けられる。

すべての多孔板要素 ($i=1, \dots, N'$) について式(4.11)を作成し、すべての節点自由度について重ね合わせると、式(4.12)の伝達マトリクス方程式が得られる。

$$\{f^p\} = [N \quad -N] \begin{Bmatrix} p_I^p \\ p_{II}^p \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

なお、式(4.11), (4.12)は板振動速度 w_i の正方向が領域 I の粒子速度 $u_{I,i}^v$ の正方向と等しい場合の関係であり、逆に領域 II の粒子速度 $u_{II,i}^v$ と等しい場合には、式(4.11), (4.12)の右辺において N と $-N$ が逆になる。

なお、多孔板が媒質から受ける力として、上述の多孔板表裏の音圧差による力に加えて、孔内での粘性摩擦力も存在するが、本手法ではこれを無視している。開口率が小さく、媒質に比して十分に大きい密度を有する金属製などの多孔板への適用を前提とした場合、孔内媒質塊に比して十分に大きな質量を有する多孔板に対して、粘性減衰力は十分微小であると考えられるからである(作用反作用の法則より、多孔板と孔内媒質塊には同じ大きさの力が作用する)。

以上で導出した5つのマトリクス方程式(4.1), (4.2), (4.3), (4.10), (4.12)を連立することにより、振動する多孔板を含む全音場に対する全体マトリクス方程式が式(4.13)

のように導出され、多孔板を含む全音場および多孔板振動を求めることができる。すべての音場要素の音圧 p とすべての多孔板要素の振動速度 v が未知数であり、多孔板に接する境界 Γ_{Ip} , Γ_{IIp} 上の音場要素と吸音境界など音響インピーダンスが規定されている音場要素では粒子速度 u も未知数となる。

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{II} & \mathbf{H}_{IIp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_{IpI} & \mathbf{H}_{Ipp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{III} & \mathbf{H}_{IIIp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{Ipp} & \mathbf{H}_{Ipp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{N} & \mathbf{0} & \mathbf{N} & j\omega\mathbf{M} + \frac{1+j\eta}{j\omega}\mathbf{K} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} & \mathbf{ZA} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_I \\ p_I^p \\ p_{II} \\ p_{II}^p \\ v \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{II} & \mathbf{G}_{IIp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_{IpI} & \mathbf{G}_{Ipp} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{III} & \mathbf{G}_{IIIp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{Ipp} & \mathbf{G}_{Ipp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{Z} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_I \\ u_I^p \\ u_{II} \\ u_{II}^p \\ f \end{Bmatrix} \tag{4.13}
 \end{aligned}$$

なお、ここでは1枚の多孔板と2つの音場領域で構成される場合について説明したが、より多くの多孔板、音場領域が存在する場合に対しても、同様の取り扱いにより解析することが可能である。

4.3. 解析手法の有効性の検証：音響管実験との比較

前節で提案した数値解析手法の有効性を検証するため、音響連成振動の影響が顕著に現れている多孔板の垂直入射吸音率の計測を数値解析で模擬し、その吸音特性を実測値⁽³¹⁾と比較する。また、比較検証によって明らかになった多孔板の周囲拘束条件、多孔板の構造減衰、媒質温度が吸音特性に及ぼす影響について考察する。

4.3.1. 検証対象

垂直入射吸音率の計測に用いた音響管を図4.2、写真4.1に示す。音響管は、内径 100mmの円形断面、長さ 1000mmで、管側面、端面とも厚さ 10mmの亚克力樹脂製である。多孔板の固定は、多孔板前後の管外部にフランジを設けて、管内径より大きな多孔板を挟み込み、4本のボルトで締結した。多孔板から 53mm (Mic.1)と 103mm (Mic.2)の位置で計測した音圧値を用いて2点マイクロホン法⁽³⁰⁾により吸音率を算出した。多孔板は、板厚 0.14mmのアルミ製で、孔径 0.5mm、開口率 0.38%、背後空気層 30mmである。

図4.2、写真4.1の計測装置を模擬するために、図4.3に示す数値モデルを作成した。モデルは、多孔板の表裏に位置する2つの音場(スピーカ加振面と多孔板の間の領域Ⅰと多孔板の背後空気層の領域Ⅱ)と多孔板からなっている。音場の要素分割は、最大辺長が 38mmの三角形および四角形の要素で行い、領域Ⅰが 2868 個、領域Ⅱが 1044 個の要素を有する。加振面は、実験におけるスピーカの表面形状を概略模擬する円錐形状にしており、全面を同相・同振幅(粒子速度 1m/s)の体積加振として駆動した。領域Ⅰ、Ⅱの円筒内面および領域Ⅱの終端部の内面は剛壁(粒子速度 0m/s)とした。空気の物性値は、20℃、1気圧の前提で、密度 1.205kg/m³、音速 343.7m/s、粘性係数 $1.807 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{s}$ とした。多孔板の要素分割は、多孔板振動の実測結果⁽³¹⁾を参考にして、評価周波数範囲 100~1000Hzにおける振動モードを精度良く表現できるように、544 個(直径を 20 分割、外周を 48 分割)の三角形要素で分割した。音場領域Ⅰ、Ⅱの多孔板に接する要素も、多孔板と同じ要素分割となっている。多孔板の

周囲拘束は、実験装置における多孔板の固定構造を鑑みて、周辺上全節点の全自由度を完全拘束した。また、多孔板振動の構造減衰は、詳細は後述するが、すべての多孔板要素に全周波数帯域一様に損失係数 0.007 を付与した。垂直入射吸音率は、実測⁽³¹⁾においてマイクロホンを設置した位置に相当する領域 I の円筒内面上 2 要素の音圧値から算出した。なお、多孔板に対する外部からの機械加振力 [式 (4.3) の右辺の $\{f\}$] は、ここでは無いものとした。

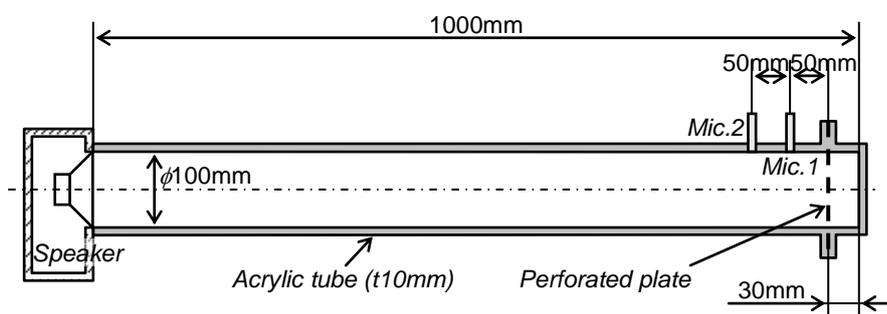


Fig. 4.2 Object for experiment and numerical analysis



Photo 4.1 Experimental apparatus⁽³¹⁾

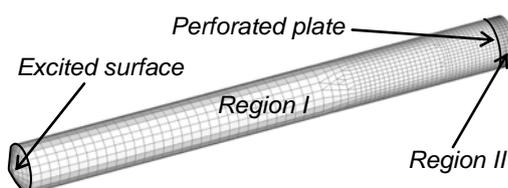


Fig. 4.3 Numerical model for verification

4.3.2. 実験結果と解析結果

数値解析法で得た垂直入射吸音率と実測結果⁽³¹⁾との比較を図4.4に示す。同図中、細実線が実測、太実線が数値解析による多孔板振動の影響を考慮した吸音率である。多孔板振動の影響を明確にするために、第2章で提案した多孔板の振動を無視した数値解析による吸音率(破線)も併記してある。

同図から、実測、数値解析とも555Hzで吸音率が大きく落ち込み、515Hz付近で卓越しており、多孔板振動の影響の最大の特徴を数値解析でも再現できていることが分かる。次に、この落ち込み周波数における多孔板の振動分布を図4.5に示す。実測、数値解析ともに(2,0)モード(節円が2, 節直径が0のモード)が励起されており、多孔板の音響連成振動も再現できている。一方、515Hz付近および875Hz付近のピークでは、実測と数値解析の吸音率に若干の差異がある。また、実測では多孔板の他の共振[290Hzの(1,1)モード、465Hzの(1,2)モード、690Hzの(1,3)モードなど節直径を有するモード]に起因する吸音率の小さな変化が観測されているが、数値解析ではこれらを再現できていない。

実測と数値解析の微小な差異については次節で考察するが、多孔板振動の影響を概ね数値解析により再現できており、提案した数値解析手法の有効性を確認できた。

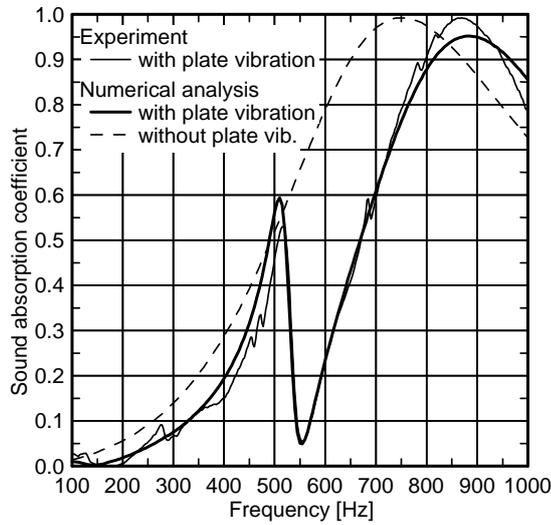


Fig. 4.4 Comparison of sound absorption coefficient between experiment⁽³¹⁾ and numerical analysis

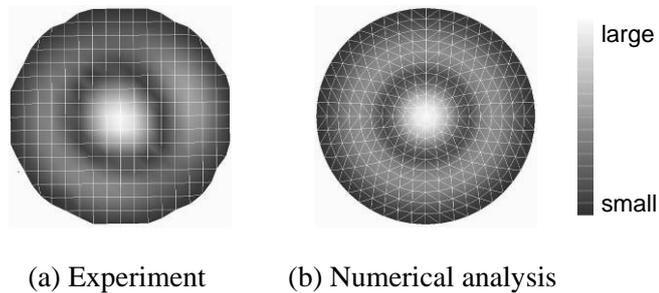


Fig. 4.5 Comparison of vibration mode of the perforated plate at 555Hz between experiment⁽³¹⁾ and numerical analysis

4.3.3. 多孔板の吸音特性に影響を与える因子に関する考察

前節で示した実測と数値解析の微小な差異(515Hz 付近および 875Hz 付近のピークレベル, および, 節直径を有するモードの影響)の原因を解明するため, 多孔板振動の構造減衰, 多孔板周囲拘束の不均一性, 媒質(空気)温度が数値解析による予測の精度に与える影響について検証する. また, 本検証は, 音響連成振動が吸音特性

に与える影響の特性を理解し、本解析手法をより有効に活用するためにも有用である。

4.3.3.1. 多孔板振動の構造減衰の影響

振動系における構造減衰の値は、実験的に同定し、損失係数 0.007 とした。すなわち、多孔板振動の影響で吸音率が大きく落ち込んでいる 555Hz の吸音率レベルが実測に一致するように損失係数を設定した。吸音率が小さい帯域では、吸音メカニズムに占める多孔吸音の割合が小さくなっており、構造減衰が寄与する板振動吸音の割合が相対的に大きくなっていると考えられるため、この方法を採用した。なお、実際の減衰特性は周波数依存性や部位（周辺拘束部と中央部など）による差異を有するが、前節の解析では全周波数帯域、全要素に一様に付与している。

このような数値解析における構造減衰の取り扱いと実際との差異が吸音率解析結果に与える影響を調べるため、損失係数を 0.005, 0.007 (前節の解析), 0.010, 0.020 と変化させて、垂直入射吸音率を計算した。結果を4.6に示す。損失係数によって吸音率が変化した周波数帯域のみを表示しており、実線が実測で、数値解析は○, △, □, ◇の順で構造減衰が大きくなっている。同図によると、多孔板振動に起因する 515Hz のピークおよび 555Hz の落ち込みに対して大きな影響があり、構造減衰が小さいほどピーク、落ち込みは鋭くなっている。このことから、多孔板の音響連成振動が吸音率に与える影響を予測するときには、構造減衰を可能な限り正確に設定することが重要であり、また、その結果の解釈においては構造減衰の不確定性を加味する必要があることが示唆される。

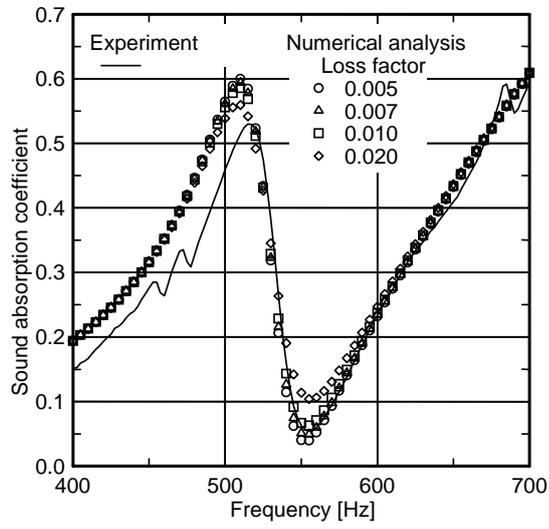


Fig. 4.6 Effect of structural damping on sound absorption coefficient

4.3.3.2. 多孔板周囲拘束の不均一性の影響

図4.4に結果を示した数値解析は音響管中心軸に対して軸対称な問題であるため、理論上、節直径を有する非対称モードは励起されない。一方、実験では理想的な軸対称条件を作ることは困難であるので、非対称モードが励起され、図4.4における290, 465, 690Hzなどでの差異の原因になったと考えられる。実験における非対称モード励起の原因として音圧加振力の非対称、多孔板(拘束条件、板厚などの形状、物性)の非対称が考えられるが、複数の非対称モードが励起されていること、および、評価周波数範囲における音波波長と音響管内径の関係から前者の可能性は低いと考えられ、ここでは後者の中で最も影響が大きいと考えられる多孔板の拘束条件について非対称性の影響を数値解析により調べた。

多孔板周囲の拘束条件が非対称である一例として、周辺の1/4領域を拘束せず、他3/4領域は固定する[図4.8(a)に図示]という条件を設定し、前節と同様に垂直入射吸音率を計算した。図4.7に吸音率の比較を示す。同図中、細実線が実測、点線が周囲全周を固定した数値解析(以上は図4.4と同じ結果)、太実線が周辺1/4の拘束を外した場合の結果である。同図によると、150, 290, 480, 690, 850Hz付近に吸音率の変化が見られる。これらの周波数における多孔板振動を図4.8に示すが、実測⁽³¹⁾と同様に非対称モードが励起されているのを確認できる。したがって、図4.4における非対称モード振動に起因する実測と数値解析の差異は、数値モデルでは再現しきれていない多孔板周囲拘束の不均一性が原因である可能性が高いと言える。また、実際の吸音構造は数値モデルのように理想的な拘束条件とは限らないことを勘案して、予測結果を解釈する必要があることを示唆している。

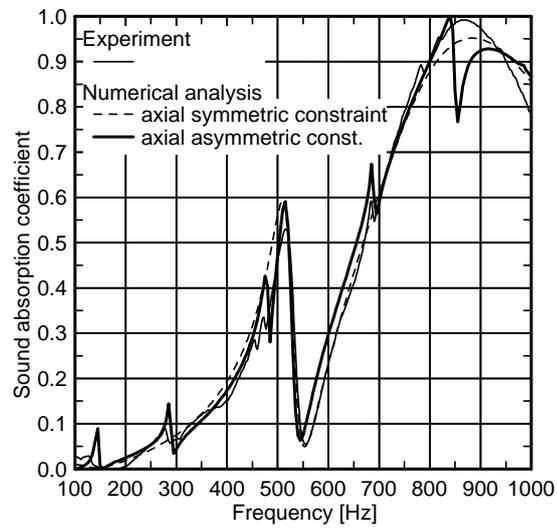


Fig. 4.7 Effect of axial asymmetric constraint on sound absorption coefficient

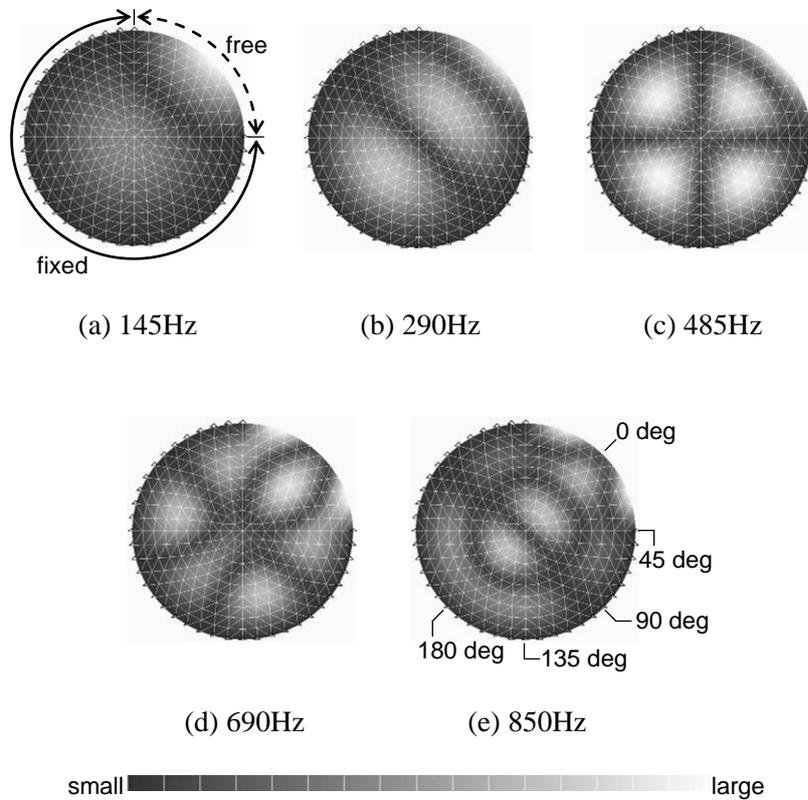


Fig. 4.8 Vibration mode of the perforated plate for axial asymmetric constraint

また、図4.7に示した解析結果は多孔板の非拘束領域の中央位置に対応する円筒内面の音圧から算出しているが、図4.8に示すような非対称モードが励起された場合に、音圧計測位置を周方向に移動させた際の吸音率計算結果を図4.9に示す。同図中、 0° 位置が図4.7の結果であり、 $45, 90, 135, 180^\circ$ 位置はそれぞれ、図4.8(e)に示すように音響管軸周りに 45° ずつ回転させた位置に対応する。図4.9によると $150, 290\text{Hz}$ 付近においては音圧計測位置によって吸音率に差異が生じている。本節で模擬したような垂直入射吸音率の実測評価においては、非対称振動モードが励起されている場合に、平面波伝搬帯域であるにもかかわらず計測位置によって評価結果が変化する可能性があることを示唆している。また、吸音率の差異は低次の共振モード(図4.9では $150, 290\text{Hz}$) に対して顕著であることが分かった。

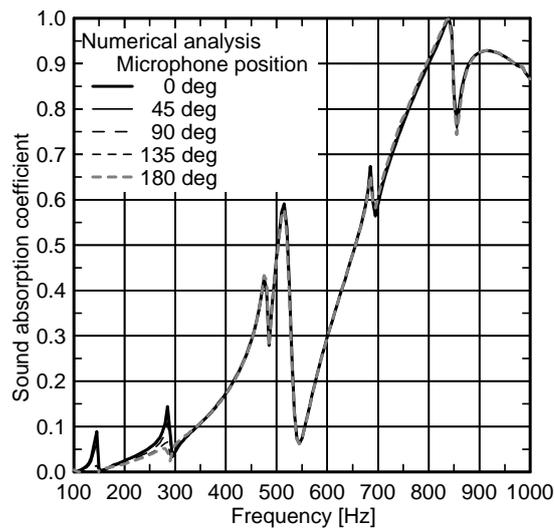


Fig. 4.9 Effect of microphone position on sound absorption coefficient

4.3.3.3. 媒質温度の影響

多孔板による圧力減衰を表す式(4.5), (4.7)~(4.9)から明らかなように, 媒質(ここでは空気)の温度の設定値も密度 ρ および粘性係数 μ を介して垂直入射吸音率の予測結果に影響を与える. 空気温度の差異が吸音率解析結果に与える影響を検証するため, 温度を 0, 15, 20, 25°Cと変化させて, 前節と同様に垂直入射吸音率を計算した. 結果を図4.10に示す. 細実線が実測で, 数値解析は太実線が 0°Cでその他の線が 15~25°Cである. 同図によると, 515Hz付近および 875Hz付近のピークにおいて温度の影響が現れているが, 15~25°C程度の日常的な実験環境の温度範囲では大差無いことを確認できる. 一方, 0°Cと 15~25°Cでは大きな差異があり, 多孔板吸音構造の性能を予測する際には, 使用環境の温度条件を解析条件に反映する必要があることを示唆している.

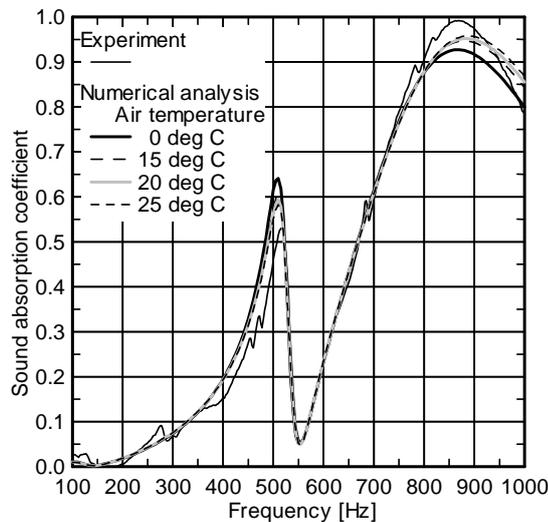


Fig. 4.10 Effect of air temperature on sound absorption coefficient

以上, 多孔板振動の構造減衰, 多孔板周囲拘束の不均一性, および, 媒質(空気)温度が数値解析値に与える影響を求め, 実測値との比較により検討を加えた. その結果, 多孔板の構造減衰および周囲拘束の影響が大きいことが判明した. 図4.4に

おける吸音率周波数特性の実測値と数値解析値との差異については、これらの要因が原因である可能性を示した。以上の知見を持つことにより、実際の吸音構造の性能予測、設計において、本解析手法をより有効に活用することができる。

4.4. 実問題への適用：固体放射音の低減

前節で有効性を確認できた数値解析手法を、振動している構造体からの放射音の低減に向けた多孔板最適設計問題に適用して、実問題における有用性を検証する。

振動する機械構造体などから放射される騒音（固体音）の低減対策として、構造体表面への吸音性付与によって音響放射効率を低減させる方法が知られている⁽³⁹⁾。この手法によると、吸音性付与手段を適切に選択することで、従来から多用されている防音カバー（遮音部材とそれを構造体から防振支持する部材とからなるもの）の適用が一般に困難である耐熱性や耐久性が必要な機械構造体に対して安定した低騒音化対策が可能になると期待される。

そこで本節では、熱や油、水などへの耐性に優れた吸音性付与手段である金属性多孔板を用いた固体音低減を試みる。多孔板を用いる固体音低減技術に関しては、従来、無限大の機械構造体と多孔板に単純な加振力が作用した場合に対する理論解析による研究⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾がなされているが、実際の構造体および多孔板は有限の大きさであり、多孔板の板共振の影響なども無視できないと考えられる。したがって、実際の騒音源に対して固体音低減構造を最適に設計するためには、前節で提案した数値解析手法の活用が必要不可欠である。

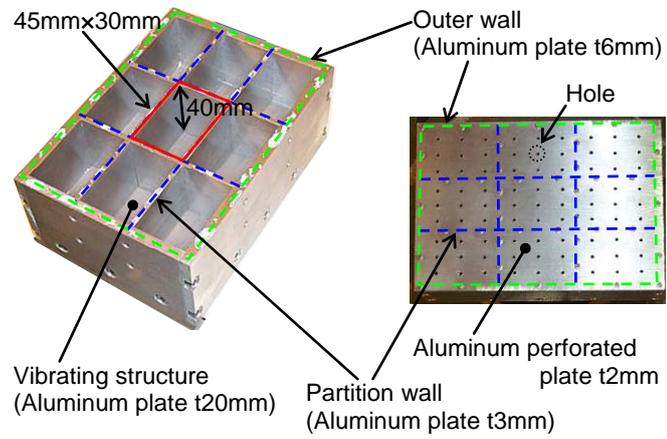
以下では、まず、実験で多孔板による固体音低減効果を明らかにし、次いで、数値解析でその効果を予測できることを確認する。そして、固体音低減構造の設計指針を獲得すべく、構造パラメータが固体音低減効果に与える影響を数値解析により検討する。

4.4.1. 多孔板による固体音低減効果とその予測

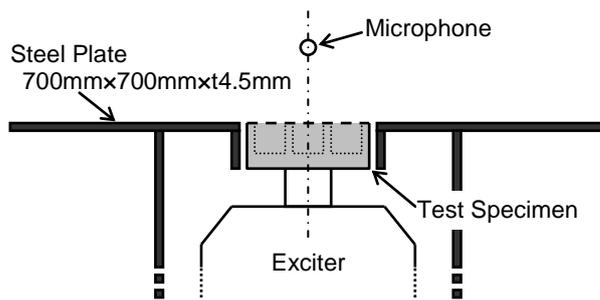
本節で取り上げた固体音低減構造は、振動して騒音を放射している構造体(以下、振動構造体と呼ぶ)と、空気層を挟んで振動構造体と対面するように設置される多孔板と、振動構造体と多孔板を連結する連結部材とから構成されている。実験に用いた供試体と試験装置を図4.11に示す。同図(a)の左の写真は供試体から多孔板を取り除いた状態であり、右の写真は多孔板を設置した状態である。供試体は箱状の構造であり、底面の板厚 20mmのアルミ板が振動構造体、板厚 6mmあるいは 3mmのアルミ板の縦壁(周囲壁と仕切り壁)が連結部材である(以下、連結部材に囲まれた 45mm×30mmの領域を1ユニットと呼ぶ)。連結部材の上端にはアルミ製の多孔板が振動構造体全体を覆うようにボルトと接着剤により結合されている。多孔板は、厚さ 2mmのアルミ製で直径 2mmの孔を1ユニット当たり9個設けて(開口率 2%)おり、背後空気層の厚さは 40mmである。この多孔板を無限大サイズの吸音構造として用いた場合、図4.12に示すように約 600Hzにピークを有する垂直入射吸音率が得られる。同図(b)に示すように振動構造体(t20mmアルミ板)の下面に加振機を取り付けて加振するが、連結部材(t6/3mmアルミ板)によって多孔板の連結部(外周と仕切り壁上)も振動構造体と一体に加振される。この供試体の設計に当たっては、現象をより単純化して多孔板の効果を明確にするために、以下の点に留意した。前述のように振動構造体全体を多孔板で覆うこと(すなわち、振動構造体と多孔板は同じ大きさ)、振動構造体が全面一様に振動すること、多孔板も全面一様に振動すること(本境界条件における多孔板の1次固有振動数は約 15kHzであり、後述の周波数範囲においては全面がほぼ一様に振動する)、多孔板は振動構造体に剛に連結されることである。また、多孔板表面の周囲は無限大バツフル板で覆われていることとした。ただし、実験においては有限サイズ(700mm×700mm)である。

多孔板による固体音低減効果の評価は、多孔板および連結部材を削除して振動構造体のみが振動している状態(未対策状態)を基準として、最終騒音放射面の中央正面の音圧レベルの低減量で行った。最終騒音放射面とは未対策状態では振動構造体表面、多孔板設置状態では多孔板表面であり、それぞれから等距離の位置で騒音を計測した。なお、未対策状態においては、振動構造体表面の周囲が無限大バ

ツフル板で覆われていることとした。



(a) Test specimen (3 units × 3 units)



(b) Test equipment

Fig. 4.11 Experiment method

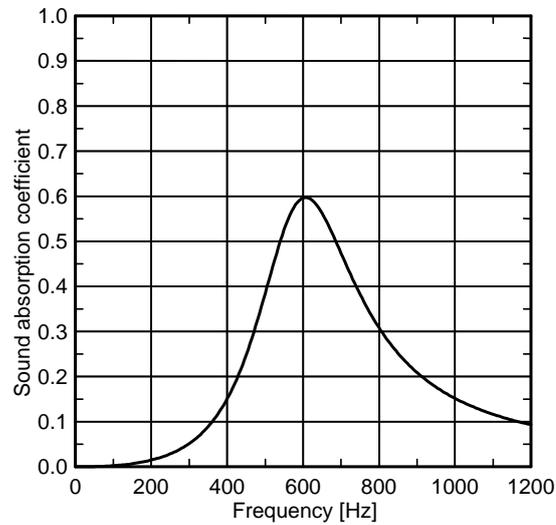


Fig. 4.12 Normal incidence sound absorption coefficient calculated by one-dimensional transfer matrix method

次に，固体音低減効果の予測に用いる数値モデルについて説明する．図4.11(a)に示した実験供試体の 1/9 区画 (1ユニット) 分の数値モデルの模式図を図4.13に示す．同図中の斜線部が振動構造体表面に相当し，その斜線部全面と多孔板の周囲4辺 (連結部に相当) を同位相，同振幅で振動させる．振動構造体と多孔板の間にある空気層を囲む周壁は剛とした．そして，解析対象の多孔板を含む音場を多孔板の背後空気層である閉空間 (ユニットの数だけ存在) と多孔板およびバッフル板の上方の半無限空間に分割して，本章で提案の数値解析手法を適用する．なお，多孔板周囲4辺の強制速度加振は，有限要素法で大質量法を用いることにより実現した．

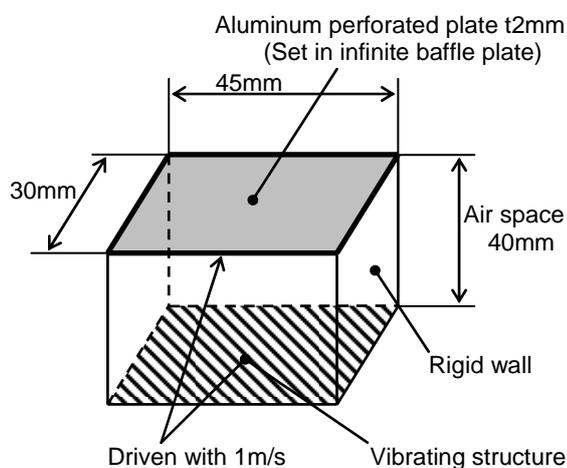


Fig. 4.13 Outline of numerical model (1 unit)

図4.11の供試体，装置を用いた実験，および，図4.13の数値モデルを用いた数値解析の結果を図4.14に示す．同図は，騒音放射面から10mm離れた位置における音圧レベルの多孔板による低減効果であり，縦軸の数値が正值の場合，放射音が低減しており，負値の場合，放射音が増大していることを示している．実験では供試体周囲のバッフル板が有限サイズであるため，騒音放射面から離れるほど計測値が周囲からの反射音の影響を受けやすくなるため，ここでは10mm位置の結果を示す．なお，低減効果は，実測あるいは解析で得た音圧レベルを振動構造体の振動速度で正規化してから算出している．

図4.14によると，実験と解析の双方において，高周波数域において大きな放射音低減効果が得られ，その低周波数側において放射音が増大するという特徴が見られる．また，その低減と増大の境界となっている周波数は図4.12で見た垂直入射吸音率が最大になる周波数と近い．

実験と解析を比較すると，上述の境界周波数に若干のずれはあるが，600～700Hz帯域において最大12dB以上の放射音低減効果があり，より高周波数側の帯域でも3dB以上の効果が得られている点，および，500～600Hz帯域において約7dBの騒音の増大があり，そこから周波数が低くなるにしたがって騒音増大量が小さくなっている点

において、本解析手法で実験をほぼ再現できていることが分かる。なお、実験結果には解析結果には見られない小さな変動(270Hz付近, 750Hz付近など)があるが、実験では供試体周囲のバッフル板が有限サイズであること、供試体とバッフル板との間に微小な隙間があることがその原因であると推察される。

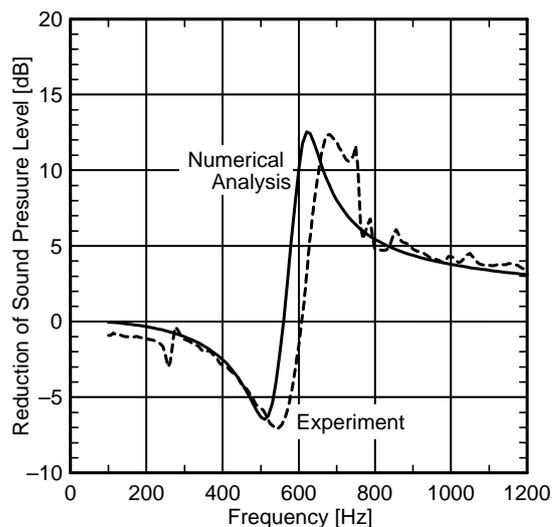


Fig. 4.14 Reduction of sound pressure level at 10mm point from sound radiation surface using perforated plate by numerical analysis and experiment

なお、上述の実験および数値解析では放射音が増大する周波数帯域が存在したが、無限大の振動構造体と多孔板を対象にした理論解析⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾による従来の研究ではこのような特性は報告されていない。そこで、以下では、固体音低減構造の設計指針を獲得することを目的に、振動構造体の大きさが放射音低減効果に与える影響を数値解析により検証する。

4.4.2. 固体音低減構造の設計指針

振動している構造体の大きさによる固体音低減効果の変化を検証するため、表4.1に示す構造について数値解析により固体音低減効果を予測する。ここでは、振動構

造体と多孔板は同形状・同サイズとしている。同表中、構造No.2～5は、構造No.1を1ユニットとして、それぞれ4ユニット、9ユニット、36ユニット、64ユニットを縦横に並べた構造であり、No.1～5の順で構造体は大きくなる。本検証の目的は振動構造体の大きさの影響を把握することであるので、振動構造体の大きさの変化をユニットの数の増減によって実現することにより、多孔板の支持条件の変化によって多孔板の振動特性が変化しないようにした。構造No.6は、構造No.1の多孔板の騒音放射側に長さ2mの角ダクト(断面は多孔板サイズと同じで同様)を設けて、その内側の側面を音響的に剛に、先端を無反射面に設定(境界条件として媒質の音響特性インピーダンスを付与)することで、数値モデルとして1次元状態を作成して従来の研究⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾と同様の無限大サイズを模擬している。多孔板は全構造で共通であり、前出の実験と比較した多孔板と同じである。

Table 4.1 Numerical analysis object

Structure No.	Size of vibrating structures and perforated plates	Perforated plate specification			Air layer thickness
		Thickness	Hole diameter	Porosity	
1	45mm × 30mm (1 unit)	2mm	2mm	2% (9 holes per unit)	40mm
2	90mm × 60mm (2 units × 2 units)				
3	135mm × 90mm (3 units × 3 units)				
4	270mm × 180mm (6 units × 6 units)				
5	360mm × 240mm (8 units × 8 units)				
6	infinite				

表4.1の構造No.1～6に対する固体音低減効果の予測結果を図4.15に示す。同図の固体音低減効果は、騒音放射面から320mm離れた位置における音圧レベルの多孔板による低減効果である。なお、距離10, 20, 40, 80, 160, 320, 640mmの各位置について低減効果を計算したが、すべての点の結果が同様の特性であったので、代表

して320mm位置の結果を示す。解析は100～1200Hzの周波数範囲について10Hz刻みで実施した。

同図によると、有限サイズである構造 No.1～5 のすべてにおいて、500～600Hz 付近を境（以下、境界周波数と呼ぶ）として高周波数側において放射音は低減しており、低周波数側において放射音は増大していることがわかる。高周波数側での低減効果は、境界周波数の直後に最大となり、その高周波数側でも安定して効果を得られている。高周波数側での最大低減量は構造サイズが大きいくほど大きくなっており、最も大きい構造 No.5 では15.9dB の低減効果を得られている。一方、低周波数側でも、すべてのサイズにおいて、境界周波数のすぐ低周波数側で増大（悪化）量が最大となり、より低周波数側では悪化量は減少している。また、悪化量も構造サイズに依存しており、構造 No.1～2 まではサイズが大きくなるほど悪化量は増加して最大 6.4dB に達し、構造 No.3～5 はサイズが大きくなるほど悪化量は減少して構造 No.15 では3.2dB まで縮小している。また、最大効果の得られる周波数は構造体サイズによらず約 630Hz でほぼ一定であるが、境界周波数は590Hz から500Hz へ、最大悪化周波数は560Hz から410Hz へと構造サイズが大きくなるほど低周波数になっており、サイズが大きいくほど低減効果が得られる周波数帯域の幅は広く、悪化する周波数帯域の幅は狭くなっていることが分かる。

一方、無限サイズの構造 No.6（細い実線）では、放射音の増大は見られず、620Hz で最大低減量 14.5dB を得ており、その高周波数側および低周波数側では低減量は徐々に低減している。高周波数側では、有限サイズに比べてより急激に効果量が減少している。最大低減量について、構造 No.1～5 の有限サイズにおいては、上述したようにサイズが大きいくほど増大していたが、無限大まで大きくなると若干低減することが分かる。

以上のように、数値解析を用いた本検証によって、多孔板による放射音の低減効果および増大効果は構造サイズの影響を受けることが確認できた。また、構造サイズが無限大まで大きくなると従来の研究⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾と同様に放射音の増大は解消したが、有限サイズでは放射音の増大が生じた。最大の低減効果は構造サイズによらずほぼ一定した周波数で得られ、その周波数は垂直入射吸音率のピーク周波数より高周波数になる

ことも分かった。最大効果量および最大悪化量の大小については、構造サイズに対して単調な関係ではなく、それぞれが極大となる構造サイズが存在することも判明した。

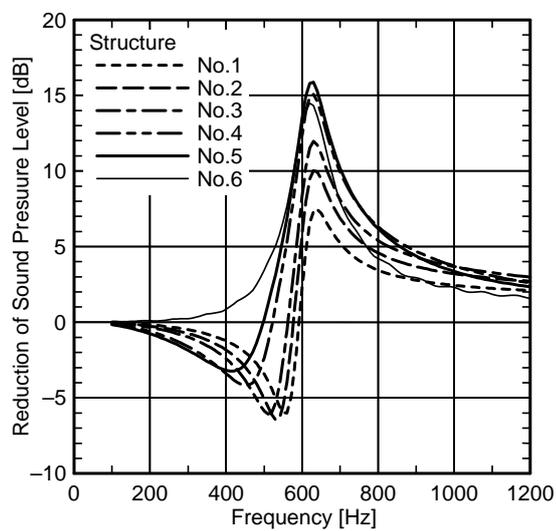


Fig. 4.15 Reduction of sound pressure level at 320mm point from sound radiation surface using perforated plate by numerical analysis

4.5. 結言

音圧加振および外部からの機械加振によって振動する多孔板を含む音場の予測を目的として、境界要素法および有限要素法を用いた数値解析手法を提案した。

本解析手法の有効性を検証するため、音響管内に設置された多孔板が音圧加振によって共振する問題を対象に、実測結果と数値解析結果とを比較した。多孔板の吸音特性および振動分布を比較評価した結果、良好な一致性が確認され、提案手法の有効性を確認できた。また、振動している多孔板を含む音場の数値モデル化に際してしばしば問題となる実測値と数値解析値との差異の要因を明らかにし、吸音構造の性能予測、設計において数値解析をより有効に活用するためには、特に構造減衰、周囲拘束の設定が重要であることを示した。

また、振動している構造体からの放射音の低減に向けた多孔板最適設計問題に同法を適用した。放射音低減効果を実測値と比較することにより同手法の実問題での有用性を確認するとともに、従来技術では明らかにできていなかった設計指針を獲得した。

第5章．振動する多孔板を含む音場の数値解析手法（多孔板の非線形吸音特性を考慮する場合）

5.1. 緒言

本章では，多孔板の振動および吸音特性の非線形性を考慮した多孔板を含む3次元音場の数値解析手法について提案する．

第4章では，振動する多孔板を含む音場の数値解析手法を提案し，実験との比較により，音響連成振動が多孔板の吸音性能に及ぼす影響の予測に有効であることを確認した．同手法では，音響連成振動を考慮するために，多孔板による圧力減衰を多孔板と媒質の相対速度に依存しているとして記述した．

一方，第2章でも確認したように，大音圧下で非線形特性が発現すると吸音性能は大きく上昇するが，多孔板が振動していることにより，非線形特性も多孔板と媒質の相対速度に依存してさらに大きな効果をもたらすと考えられる．したがって，大音圧下での多孔板の最適な活用方法を確立するためには，多孔板の振動と非線形特性の相乗効果を明らかにし，それを予測できる数値解析手法を確立することが重要である．しかし，この相乗効果について言及した研究は見られない．

そこで本章では，まず，実験により，連成振動している多孔板の吸音特性に作用音圧の大きさが及ぼす影響を明らかにし，次いで，その吸音特性を予測できる多孔板を含んだ音場の数値解析手法を提案する．

5.2. 多孔板の音響連成振動と非線形吸音特性の相乗効果

5.2.1. 実験方法

音圧加振によって連成振動している多孔板の吸音特性に作用音圧の大きさが及ぼす影響を明らかにするため、図5.1に示す音響管を用いて、スピーカの音圧を変化させながら垂直入射吸音率を計測した。音響管は鋼製で側壁厚さ7mm、全長750mm、内径88mmの円形断面を有し、一端に音源のスピーカを、他端に30mmの背後空気層を介して多孔板を設置した。多孔板は、連成振動が生じるように、板厚0.14mm、孔径0.5mm、開口率1%のアルミ製とした。吸音率の算出は、多孔板表面から49mm (Mic.1)、119mm (Mic.2)の位置にあるマイクロホンで計測した音圧を用いて、2点マイクロホン法⁽³⁰⁾により算出した。スピーカへの入力信号は単一周波数の正弦波(純音)で、Mic.1における音圧レベルが80~130dBの範囲で10dBずつ変化するように印加電圧を調整して吸音率を計測した。計測周波数は50Hz間隔で200~1200Hzとしたが、特徴的な挙動が見られた周波数帯域のみ20Hz間隔で詳細に計測した。

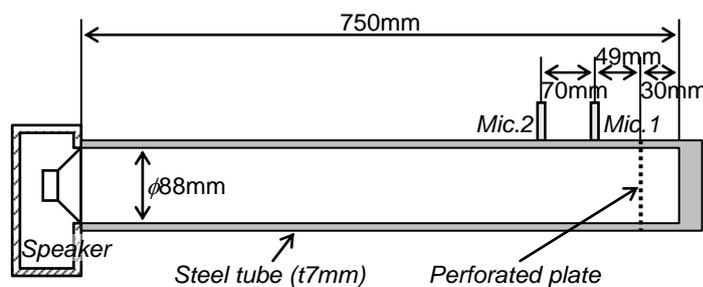


Fig. 5.1 Object for experiment and numerical analysis

5.2.2. 実験結果

実験で得られた吸音率を図5.2に示す. 同図中, 実線で結ばれたドットはMic.1における音圧レベルを80~130dBの範囲で10dBずつ変化させたときの実測値である. なお, 80dB未満での計測値は80dBと差異がなかった. 黒破線は連成振動および吸音特性の非線形性を考慮しない場合の垂直入射吸音率の1次元伝達マトリクス法による計算値であり, 1200Hzで吸音率0.9のピークを有する.

まず, 多孔板への作用音圧(Mic.1における音圧が作用音圧を代表していると仮定する)が最も小さい80dBの結果に着目すると, 680Hzで吸音率が落ち込んでおり, そのすぐ低周波数側の640Hzで卓越している. これらは, 第4章でも確認したように, 多孔板の音響連成振動による特長的な挙動であり, 多孔板の(2,0)モード(節円数が2, 節直径数が0のモード)の共振に起因すると考えられる.

次に, 多孔板への作用音圧の影響, すなわち, 多孔吸音特性の非線形性の影響に着目する. Mic.1における音圧を80dBから90dBに増大させると800Hz以上において若干の吸音率向上が見られ, 100dBではその傾向がより明確になっている. 110dB以上ではさらに大きく向上しており, 広い周波数範囲において大きな吸音率を得られている. また, 110~130dBの比較でより明確であるが, 作用音圧が高くなるにしたがって周波数特性が低周波数側にシフトする傾向が見られる. 多孔板の音響連成振動に起因するピーク・ディップ(80dBでは640~680Hz)付近では, 100dBまでは大きな変化は見られず, 110dB以上でピーク, ディップともに低周波数側にシフトしながら吸音率が向上している. しかし, より高周波数の帯域に比べるとその向上量は小さく, 音響連成振動に起因する落ち込みを完全に解消するまでには至っていない.

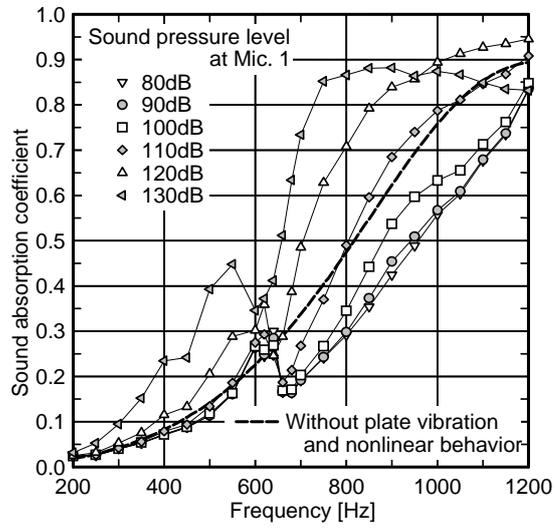


Fig. 5.2 Sound absorption coefficient by experiment

5.3. 振動する非線形多孔板を含む音場の予測

第4章の振動する多孔板を含む音場の数値解析手法の多孔板吸音モデルを修正することにより、多孔板の振動と非線形特性を考慮する解析手法を定式化する。

5.3.1. 多孔板の振動と非線形特性を考慮した吸音モデル

第4章の多孔板の非線形特性を考慮しない場合の吸音モデルである式(4.7), (4.8), (4.9)を下式で置き換える。

$$\operatorname{Re}[Z] = \operatorname{Re} \left[\frac{j}{1 - \frac{2J_1(k_s a)}{k_s a J_0(k_s a)}} \right] \frac{\omega \rho (t + d)}{R_p} + \zeta \left(\frac{1}{R_p} \right)^2 \frac{\rho}{2} \frac{8}{3\pi} \left| -u_{ll,i}^p - \bar{w}_i \right| \quad (5.1)$$

$$\operatorname{Im}[Z] = \left\{ \operatorname{Im} \left[\frac{j}{1 - \frac{2J_1(k_s a)}{k_s a J_0(k_s a)}} \right] t + \frac{8d}{3\pi} \right\} \frac{\omega \rho}{R_p} \quad (5.2)$$

$$k_s^2 = -j\omega\rho/\mu \quad (5.3)$$

式(4.7), (4.8), (4.9)との差異は、非線形特性を表す式(5.1)の右辺第2項が加わったことである。また、この右辺第2項は非線形特性のみを考慮して多孔板振動を考慮していない式(2.46)にもあったが、ここでは式(2.46)の媒質粒子速度の寄与 $|u_{ll,i}^p|$ を媒質と多孔板の相対速度 $|-u_{ll,i}^p - \bar{w}_i|$ に置き換えている。

5.3.2. 解析結果

提案した数値解析手法の妥当性と有効性を検証するため、図5.1に示す音響管内部を数値モデル化し、解析結果を実験結果と比較した。

解析に用いた数値モデルを図5.3に示す。モデルは多孔板の表裏に位置する2つの音場(スピーカ加振面と多孔板の間の領域Ⅰと多孔板の背後空気層の領域Ⅱ)と多孔板からなっており、軸対称を仮定して1/4領域のみのモデルとした。音場の要素分割は、最大辺長が21mmの三角形および四角形の要素で行い、領域Ⅰが647個、領域Ⅱが261個の要素を有する。加振面は、実験におけるスピーカの表面形状を概略模擬する円錐形状にしており、全面を同相・同振幅(振幅値については後述する)の体積加振として駆動した。領域Ⅰ、Ⅱの円筒内面および領域Ⅱの終端部の内面は剛壁(粒子速度0m/s)とした。多孔板は、実験と同じく板厚0.14mm、孔径0.5mm、開口率1%のアルミ製で、背後空気層は30mmである。多孔板の要素分割は、評価周波数範囲200~1200Hzにおける振動モードを精度良く表現できるように、136個(半径を10分割、1/4外周を12分割)の三角形要素で分割した。音場領域Ⅰ、Ⅱの多孔板に接する要素も、多孔板と同じ要素分割となっている。多孔板の周囲拘束は、周辺上全節点を単純支持とした。また、多孔板振動の構造減衰は、4.3.3.1節の手法で実験との比較により決定し、すべての多孔板要素に全周波数帯域一様に損失係数0.035を付与した。吸音率は、実験においてマイクロホンを設置した位置に相当する領域Ⅰの円筒内面上2要素の音圧値から算出した。なお、多孔板に対する外部からの機械加振力[式(4.3)の右辺の{ f }]は、ここでは0である。

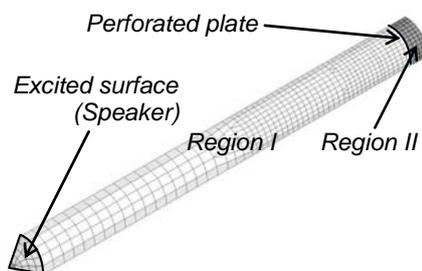


Fig. 5.3 Numerical model for verification (1/4 symmetric model)

数値解析は、スピーカ面の振動速度を全周波数帯域一様に $3.16 \times 10^{-6} \text{m/s}$ から $3.16 \times 10^{-1} \text{m/s}$ まで 1.78 倍 (振動速度レベルで 5dB) 刻みで与えて実行した。解析周波数は 5Hz 間隔である。

図 5.4 に解析結果から得た Mic.1 の位置における音圧レベルと吸音率を示す。なお、同図中の凡例は振動速度 17.8 倍 (振動速度レベルで 25dB) ごとに示しており、それらの間は省略している。Mic.1 の音圧には管内共鳴によると考えられる複数のピークが見られるが、振動速度 $1.00 \times 10^{-3} \text{m/s}$ まではほぼ同じ周波数特性のまま振動速度の増加に応じて音圧も増加しているだけである。また、吸音率においても振動速度 $1.00 \times 10^{-3} \text{m/s}$ までは大きな変化はなく、多孔板の非線形特性はスピーカ面の振動速度が $1.00 \times 10^{-3} \text{m/s}$ より大きい領域で顕著になっていることが分かる。

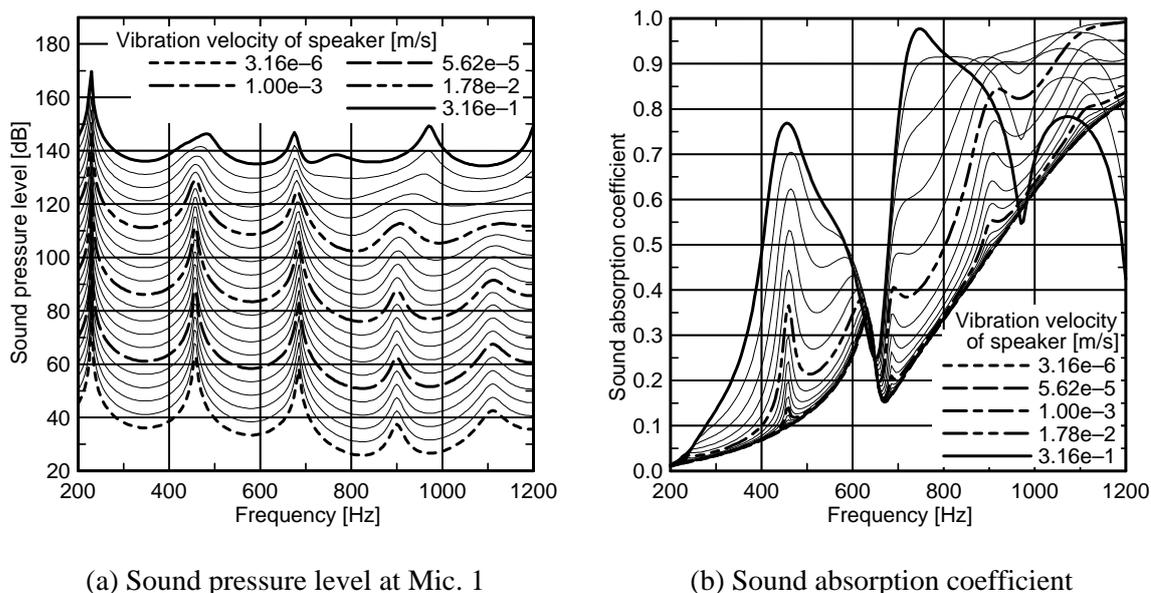


Fig. 5.4 Numerical analysis result

実験結果との比較を容易にするため、図 5.4 の解析結果をもとに線形補間により算出した Mic.1 位置の音圧レベル 80, 90, ..., 130dB に対する吸音率を図 5.5(a) に示す。また、比較のために図 5.2 に示した実験結果を図 5.5(b) に再掲している。

解析値 [図 5.5(a)] を実測値 [図 5.5(b)] と比較すると、多孔板の音響連成振動によ

る特長的な挙動であるピーク・ディップ(600~700Hz)が見られる点, 作用音圧が大きくなるにしたがって吸音率が向上し, その周波数範囲も広くなり, さらに周波数特性が低周波数側にシフトしている点, また, 110dB以上において前述のピーク・ディップでも低周波数側にシフトしながら吸音率が向上している点において, 解析と実験は良好に一致している. 吸音率の絶対値や周波数シフト量に若干の差異はあるが, 多孔板の音響連成振動と非線形吸音特性が多孔吸音構造の性能に及ぼす影響の予測に対する本数値解析手法の有効性を確認できた.

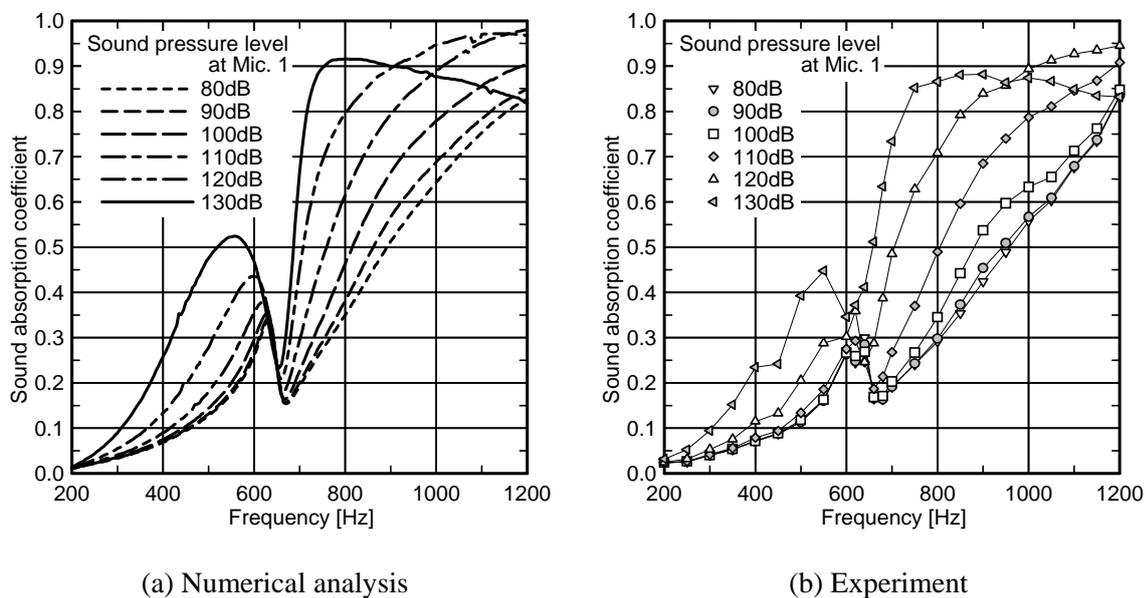


Fig. 5.5 Comparison of sound absorption coefficient between numerical analysis and experiment

5.4. 結言

音圧加振によって連成振動している多孔板の吸音特性に作用音圧の大きさが及ぼす影響を明らかにするため、音響管内に設置された多孔板を対象に作用音圧に対する吸音性能の変化を実験により調査した。結果として、作用音圧が大きくなるにしたがって吸音率が向上し、より広範な周波数範囲において高い吸音率が得られる一方、多孔板の連成振動に起因する吸音率の落ち込みは解消されないことを確認した。

また、上述の吸音特性の予測を目的として、音圧加振によって連成振動し、非線形特性を有する多孔板を含む音場の数値解析手法を提案した。実験との比較の結果、提案手法の妥当性と有効性を確認できた。

第6章．結論

本研究は、ますます高度な技術が必要とされている機械製品の低騒音化開発において、効率的(低コスト)な低騒音構造の実現および効率的な開発・設計工程の実現に資することを最終目標とした機械騒音の事前予測技術に関するものである。中でも、近年、防音部材としての活用が多方面に広がっている微細多孔板を取り上げ、微細多孔板が設置された3次元任意形状音場の予測技術の獲得を目的として、「多孔板を含む音場の数値解析手法」、「音響連成振動する多孔板を含む音場の数値解析手法」について検討した。

第2章では、「多孔板を含む音場の数値解析法」に関して、多孔板により複数の領域に分割されている音場に対して、それぞれの音場に境界要素法を適用して各音場のマトリクス方程式を作成し、多孔板の表／裏の物理量を多孔板吸音モデルで結合するという数値解析法を提案した。

使用した多孔板吸音モデルは1次元現象を前提にしたものであるため、音波が多孔板に斜めに入射した際の音場と多孔板との接合面における局所作用の仮定の妥当性や同接合面において一様ではない音圧分布や位相分布が存在する場合への適用性が本手法の課題であった。これらを確認するため、多孔板を音響管の中に斜めに設置し、音波が斜めに入射して多孔板表面の音圧と位相が分布を持つ問題を対象に実測結果と数値解析結果とを比較した。結果として、多孔板の吸音特性および多孔板表面の音圧・位相分布は両者で良好に一致し、提案手法の有効性を確認できた。

第3章では、「音響連成振動する多孔板を含む音場の数値解析法」の検討に先立って、孔のない板が音響連成振動する場合について、板振動に有限要素法を、音場に境界要素法を適用した音場－構造連成解析手法の有効性を検証した。無限空間内に設置された短冊板の音圧加振問題を対象に、実測結果と数値解析結果とを比較した結果、両者は良好に一致し、解析手法の有効性を確認できた。

第4章および第5章では、「音響連成振動する多孔板を含む音場の数値解析法」

に関して、前章の音場－構造連成解析手法における板と音場の物理量を関係付ける連成関係式に多孔板吸音モデルを組み込む手法を考案した。

提案手法の有効性を検証するため、音響管内に設置された多孔板が音圧加振によって共振する問題を対象に、実測結果と数値解析結果とを比較した。第4章では吸音特性の非線形性が発現しない場合、第5章では非線形性が発現している場合について比較検証し、多孔板の吸音特性は実測と解析で良好に一致し、提案手法の有効性を確認できた。

また、第4章では、振動している多孔板を含む音場の数値モデル化に際してしばしば問題となる実測値と数値解析値との差異の要因を明らかにし、吸音構造の性能予測、設計において数値解析をより有効に活用するためには、特に構造減衰、周囲拘束の設定が重要であることを明らかにした。

また、第2章、第4章において、より実際の製品開発に近い問題に対して数値解析を適用し、実問題での有用性も確認できた。

第2章では、自動車ドアの高遮音化に向けたドア内の多孔板最適配置設計問題に適用して、実車ドアにおいても有益であった配置設計指針を数値解析により事前に得ることができた。第4章では振動している構造体からの放射音の低減に向けた多孔吸音構造最適設計問題に適用して、従来技術では明らかにできていなかった設計指針を獲得できた。

以上の研究成果により、微細多孔板が設置された3次元任意形状音場の事前予測が可能となった。これを活用することで、低騒音構造のさらなる最適化、また、その開発・設計の効率化に貢献していきたい。一方で、実現象との比較による提案手法の有効性、有用性の検証は、本研究では限られた問題でしか実施できていない。実開発で活用しながら、今後も引き続き、検証を繰り返していきたい。

参考文献

- (1) 日本建築学会編, 音響材料の特性と選定, (1997), pp. 77-83, 日本建築学会.
- (2) 渡辺実, “多孔板に対する音響インピーダンスモデルの評価”, 航空宇宙技術研究所, TR-1133 (1991).
- (3) 山田隆博, 田中俊光, 山極伊知郎, 堀尾正治, 松田博, “微細多孔アルミ箔で構成される吸音パネルの開発”, 日本機械学会第 17 回環境工学総合シンポジウム 2007 講演論文集, No. 07-12 (2007), 105.
- (4) 矢入幹記, “微細穿孔板 (Microperforated パネル) の吸音特性と適用例”, 音響技術, Vol. 34, No. 3 (2005), pp. 12-17.
- (5) Ingard, U., “On the theory and design of acoustic resonators”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 25, No. 6 (1953), pp. 1037-1062.
- (6) Melling, T. H., “The acoustic impedance of perforates at medium and high sound pressure levels”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 29, No. 1 (1973), pp. 1-65.
- (7) Maa, D. -Y., “Microperforated-panel wideband absorbers”, *Noise Control Engineering Journal*, Vol. 29, No. 3 (1987), pp. 77-84.
- (8) Maa, D. -Y., “Potential of microperforated panel absorber”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 104, No. 5 (1998), pp. 2861-2866.
- (9) 高橋大式, “孔あき板吸音構造体の吸音特性予測手法”, 日本音響学会研究発表会講演論文集, Vol. 1995, No. 2 (1995), pp. 821-822.
- (10) 宇津野秀夫, 坂谷亨, 山口善三, “伝達行列法による多孔板吸音特性の実験的研究”, 日本音響学会誌, Vol. 59, No. 6 (2003), pp. 301-308.
- (11) 日本騒音制御工学会編, 騒音制御工学ハンドブック, (2001), pp. 279-285, 技報堂出版.
- (12) 早坂壽雄, 吉川昭吉郎, 音響振動論, (1974), 丸善.
- (13) 萩原一郎, “有限要素法による音場の数値解析”, 騒音制御, Vol. 31, No. 4 (2007), pp. 255-262.
- (14) 佐久間哲哉, “境界要素法による音場の数値解析”, 騒音制御, Vol. 31, No. 4 (2007), pp. 248-254.
- (15) 田中俊光, 藤川猛, 阿部亨, 宇津野秀夫, “境界要素法による二次元音場の解析(消音器モデルへの適用)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 50, No. 453 (1984), pp. 848-857.
- (16) 田中俊光, 宇津野秀夫, 増田輝男, 神崎奈津夫, “境界要素法による音場の解析(第 3 報, 三次元音場の伝達マトリックス形解法と大形脈動音消音器への適用)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 53, No. 491 (1987), pp. 1443-1449.

- (17) 日本建築学会編, 音環境の数値シミュレーション, (2011), 丸善.
- (18) 田中正隆, 松本敏郎, 山田泰永, 尾崎友彦, “微小円孔のあいた界面を持つ音場の効率的な境界要素解析法”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 60, No. 579 (1994), pp. 3859-3864.
- (19) 田中正隆, 松本敏郎, 山田泰永, 尾崎友彦, “微小円孔のあいた界面を持つ音場の効率的な境界要素解析法(第 2 報)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 62, No. 594 (1996), pp. 623-628.
- (20) 杉本理恵, 木下伸一, 田中 俊光, “保護材を有する多孔質材料の吸音性能の境界要素法による解析”, 日本音響学会研究発表会講演論文集, Vol. 1998, No. 1 (1998), pp. 767-768.
- (21) 杉本理恵, 木下伸一, 田中 俊光, “多孔板の周囲音場の境界要素法による解析”, 日本音響学会研究発表会講演論文集, Vol. 1998, No. 2 (1998), pp. 817-818.
- (22) Takahashi, D., Tanaka, M., “Flexural vibration of perforated plates and porous elastic materials under acoustic loading”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 112, No. 4 (2002), pp. 1456-1464.
- (23) Toyoda, M., Takahashi, D., “Reduction of acoustic radiation by impedance control with a perforated absorber system”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 286, No. 3 (2005), pp. 601-614.
- (24) Toyoda, M., Tanaka, M., Takahashi, D., “Reduction of acoustic radiation by perforated board and honeycomb layer systems”, *Applied Acoustics*, Vol. 68, No. 1 (2007), pp. 71-85.
- (25) Sakagami, K., Morimoto, M. and Yairi, M., “Recent developments in applications of microperforated panel absorbers”, *Proceedings of the 14th International Congress on Sound and Vibration*, (2007), pp. 1-18.
- (26) 鈴木真二, 今井守之, 石山 慎一, “境界要素法とモード解析法による構造体の振動・音響解析”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 52, No. 473 (1986), pp. 310-317.
- (27) 阪上公博, 杉本理恵, 高橋大弐, 森本政之, “有限要素法・境界要素法を用いた弾性平板による反射音場の数値解析”, 日本音響学会誌, Vol. 48, No. 11 (1992), pp. 786-793.
- (28) 日本機械学会編, 機械工学便覧 基礎編α6 計算力学, (2007), pp. 152-154, 丸善.
- (29) 安田仁彦, “機械音響学”, (2004), コロナ社.
- (30) 日本騒音制御工学会編, 騒音制御工学ハンドブック, (2001), pp. 211-213, 技報堂出版.
- (31) 草刈樹宏, 田中俊光, 井上結香, 次橋 一樹, “微細多孔薄板の音響連成振動と吸音性能”, 日本音響学会 2011 年春季研究発表会講演論文集, (2011), pp. 1311-1314.
- (32) Lee, Y. Y., Lee, E. W. M., Ng, C. F., “Sound absorption of a finite flexible micro-perforated panel backed by an air cavity”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 287, No. 1-2 (2005), pp. 227-243.
- (33) Bravo, T., Maury, C., Pinhède, C., “Vibroacoustic properties of thin micro-perforated panel absorbers”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 132, No. 2 (2012), pp. 789-798.
- (34) 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦, 有限要素法ハンドブック I 基礎編, (1981), 培風館.

- (35) 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦, 有限要素法ハンドブック II 応用編, (1983), 培風館.
- (36) ツィエンキーヴィッツ, O. C., 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, (1975), 培風館.
- (37) 瀬口靖幸, 北川浩, 富田佳宏, 有限要素法の基礎, (1983), 日刊工業新聞社.
- (38) 川井忠彦, 川島矩郎, 三本木茂夫, コンピュータによる構造工学講座 II-7-A 薄板構造解析, (1973), 培風館.
- (39) 中川貴史, 高橋大弐, “振動面が吸音性を持つことによる放射音への影響”, 平成 13 年度日本建築学会近畿支部研究報告集, (2001), pp. 85-88.
- (40) 豊田政弘, 中川貴史, 江富和朗, 高橋大弐, “音響放射面のインピーダンス制御による放射音低減効果に関する実験的検討”, 日本音響学会 2002 年秋季研究発表会講演論文集, (2002), pp. 851-852.
- (41) 藤原泰子, 矢入幹記, 阪上公博, 森本政之, 峯村敦雄, 安藤啓, “固体音放射に及ぼす Microperforated panel の影響”, 日本音響学会 2002 年秋季研究発表会講演論文集, (2002), pp. 853-854.

関連論文・講演発表・発明

表 本研究に関連する論文, 講演発表, 発明

章	論文	講演発表	発明
第2章	2	5	14
第3章	0	2	0
第4章	2	5	1
第5章	1	0	0
計	5	12	15

* 発明は、2012.12.18 時点で公開されている国内出願特許のみを表示する

◆ 第2章：多孔板を含む音場の数値解析手法

論文

- 次橋一樹, 田中俊光, 草苺樹宏, “多孔板を含む音場の数値解析法に関する研究(第1報:多孔板の音響連成振動を考慮しない場合)”, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 76, No. 772(2010-12), pp. 3398-3404.
- 次橋一樹, 田中俊光, 草苺樹宏, “多孔板を含む音場の数値解析法(第1報:多孔板の音響連成振動を考慮しない場合)”, 成蹊大学理工学研究報告, Vol. 48, No. 2(2011-12), pp. 35-42.

講演発表

- Tsugihashi, K., Tanaka, T. and Ueda, H., “Development of a technique to improve the sound insulation of double-leaf walls with air-space using microperforated sound absorbing plate”, *Proceedings of Inter-Noise 2006*, (2006-12), 457.
- 次橋一樹, 上田宏樹, 田中俊光, “多孔吸音板を用いたドアなど中空二重壁構造体の遮音性能向上構造の開発”, 自動車技術会 2006 年春季学術講演会前刷集, No. 37-06 (2006-5), pp. 9-12.
- 草苺樹宏, 田中俊光, 次橋一樹, “管内法による斜入射吸音率の評価”, 日本機械学会 第20回環境工学総合シンポジウム2010 講演論文集, Vol. 20th(2010-6), pp. 76-79.
- 石原聡継, 田中俊光, 次橋一樹, “多孔板を内蔵する二重壁の遮音性能向上”, 日本機

械学会 第 22 回環境工学総合シンポジウム 2012 講演論文集, Vol. 22th(2012-7), pp. 73-76.

- 石原聡継, 田中俊光, 黒岩悦郎, 鈴木憲悟, 次橋一樹, “微細多孔板と減衰を有する動吸振器による中空二重壁の遮音性能向上”, 日本音響学会 2013 年春季研究発表会講演論文集, (2013-3 発刊予定).

発明

- 宇津野秀夫, 山口善三, 次橋一樹, 小村一雄, 木村康正, 本家浩一, “多孔板消音構造”, 特願 2004-91672(2004/3/26 出願), 特開 2005-9483, 特許 4358665(2009/8/14 登録).
- 山口善三, 木村康正, 次橋一樹, “消音器”, 特願 2004-120358(2004/4/15 出願), 特開 2005-299593, 特許 4408237(2009/11/20 登録).
- 木村康正, 次橋一樹, 山口善三, 加藤稔, 本家浩一, “消音器”, 特願 2004-143078(2004/5/13 出願), 特開 2005-325720, 特許 4567372(2010/8/13 登録).
- 木村康正, 次橋一樹, 山口善三, 加藤稔, 本家浩一, “消音機構”, 特願 2004-172974(2004/6/10 出願), 特開 2005-352188, 特許 4476705(2010/3/19 登録).
- 上田宏樹, 次橋一樹, 田中俊光, “二重壁構造体”, 特願 2004-300306(2004/10/14 出願), 特開 2006-99025, 特許 4303183(2009/5/1 登録).
- 次橋一樹, 上田宏樹, 田中俊光, “二重壁構造体”, 特願 2004-300305(2004/10/14 出願), 特開 2006-113279, 特許 4268112(2009/2/27 登録).
- 次橋一樹, 木村康正, 山口善三, 加藤稔, 本家浩一, “消音器”, 特願 2011-156490(2004/10/22 出願), 特開 2011-227519.
- 次橋一樹, 木村康正, 山口善三, 加藤稔, 本家浩一, “消音器”, 特願 2004-308098(2004/10/22 出願), 特開 2006-119432.
- 次橋一樹, 田中俊光, 上田宏樹, “二重壁構造体”, 特願 2011-88005(2005/1/27 出願), 特開 2011-170374.
- 次橋一樹, 田中俊光, 上田宏樹, “二重壁構造体”, 特願 2005-19017(2005/1/27 出願), 特開 2006-208617, 特許 4754836(2011/6/3 登録).
- 次橋一樹, 田中俊光, 上田宏樹, “枠体付き二重壁構造体”, 特願 2007-180118(2005/9/8 出願), 特開 2007-302243, 特許 4680963(2011/2/10 登録).
- 次橋一樹, 田中俊光, 上田宏樹, “二重壁構造体”, 特願 2005-260887(2005/9/8 出願), 特開 2007-69816.
- 次橋一樹, 山極伊知郎, 田中俊光, “ファン装置の騒音低減構造”, 特願 2007-102082(2007/4/9 出願), 特開 2008-255969.
- 矢野宜男, 次橋一樹, 杉本明男, “印刷機の騒音低減構造”, 特願 2010-231594(2010/10/14 出願), 特開 2011-194877.

◆第3章:振動する板を含む音場の数値解析手法

講演発表

- 次橋一樹, 田中俊光, “音場—構造連成解析による有限矩形板のコインシデンス現象に関する研究”, 日本機械学会 第13回環境工学総合シンポジウム2003 講演論文集, Vol. 13th(2003-6), pp. 46-48.
- 次橋一樹, 田中俊光, “有限矩形板のコインシデンス現象のシミュレーション技術に関する研究(その2)”, 日本機械学会 第14回環境工学総合シンポジウム2004 講演論文集, Vol. 14th(2004-7), pp. 153-156.

◆第4章:振動する多孔板を含む音場の数値解析手法

論文

- 次橋一樹, 田中俊光, 草刈樹宏, “多孔板を含む音場の数値解析法に関する研究(第2報:多孔板の音響連成振動を考慮する場合)”, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 78, No. 789(2012-5), pp. 1839-1849.
- 次橋一樹, 田中俊光, “多孔板を含む音場の数値解析法に関する研究(第4報:多孔板による固体音低減効果の予測への適用)”, 日本機械学会論文集(C編), 掲載決定(2013/1/11).

講演発表

- Tsugihashi, K. and Tanaka, T., “Research on reduction of structure-borne sound using perforated plate”, *Proceedings of 20th International Congress on Acoustics (ICA 2010)*, (2010-8), 749.
- Tanaka, T., Kusakari, T. and Tsugihashi, K., “Vibro-acoustic behaviour of micro-perforated plate for sound absorption performance”, *Proceedings of 20th International Congress on Acoustics (ICA 2010)*, (2010-8), 699.
- Tsugihashi, K. and Tanaka, T., “Research on reducing structure-borne sound using perforated plate”, *Proceedings of Inter-Noise 2012*, (2012-8), 1244.
- 次橋一樹, 田中俊光, “多孔板を用いた固体音低減に関する研究(数値解析による多孔板放射音の予測)”, 日本機械学会 第19回環境工学総合シンポジウム2009 講演論文集, Vol. 19th(2009-7), pp. 74-77.
- 草刈樹宏, 田中俊光, 次橋一樹, “微細多孔薄板の音響連成振動と吸音性能”, 日本音響学会 2011年春季研究発表会講演論文集, Vol. 2011(2011-3), pp. 1311-1314.

発明

- 次橋一樹, 田中俊光, “固体音低減構造”, 特願 2007-187275 (2007/7/18 出願), 特開 2008-46618, 特許 5052980 (2012/8/3 登録).

◆第5章: 振動する多孔板を含む音場の数値解析手法 (多孔板の非線形吸音特性を考慮する場合)

論文

- 次橋一樹, 田中俊光, “多孔板を含む音場の数値解析法に関する研究 (第3報: 多孔板の音響連成振動と非線形吸音特性を考慮する場合)”, 日本機械学会論文集 (C 編), 審査中 (2012/11/18 投稿).