

## 【研究ノート】

## 簡単な動学モデルによる経済分析の試み・補遺

藤 垣 芳 文

## 1. 序論

「簡単な動学モデル」という語句をタイトルに含む4編の研究ノート [1] ～ [4] (以下、「先の研究ノート」とよぶ)において、私は、生産財(製品)は数量調整によって、非生産財(資源=生産要素)は価格調整によって、それぞれ調整される簡単な動学モデルを定式化し、この動学モデルを用いて地域環境問題や地域間交易に関する考察を試みた。

それぞれの考察では興味を惹くいくつかの結果を示すことができた。とはいえ、数量調整と価格調整の両様式をともに含むこの動学モデルには、解曲線の実現不可能性という大きな難点が含まれていることも確かである。動学プロセスの経路が生産可能性領域の外側へはみ出してしまうというこの難点は、とりわけ時間経過のなかで逐次累積していく汚染物質の環境影響を検討するといったような課題を扱うケースにおいては、想定した動学モデルの本質的意味を失わせてしまうほどに重大であり、これは難点を超えてむしろ破綻というべきことかもしれない。

そこで、この補遺では、こうした難点を解消するための一方法を提示することにした。数量と価格の“計画値”の変動をたどるに過ぎなかった「模索プロセス」としての動学モデルは、簡単な修正を施すことで、数量と価格の時系列的な“実行値”の変動を記述する「非模索プロセス」に変容することを示し得る。以下で提示する考え方は簡単であるし、この考え方の現実的意味合いも十分に自然であるように思われる。

先の研究ノートと同様に、生産財=製品については数量調整によって、非生産財=生産要素については価格調整によって、連続的調整が進められると仮定する。ただし、非生産財の価格調整が超過需要量に比例的に進められるのは定常点の近傍においてのみと仮定する。本研究ノートにおいては、定常点から隔たった不均衡状態では、生産要素の需給逼迫は、たとえ超過需要が生じていなくても、取引の摩擦を高め、流動的な生産要素売買を困難化させ、その段階で既に急速な要素価格上昇をもたらす、と想定する。こうした想定の下では、生産要素価格の上昇は製品生産における投入費用の上昇を招き、製品生産者の利益が減少して、その生産量は下方への調整を受け、その結果として生産要素の派生需要量も減少に転じる。こうして、生産要素の派生需給量が初期賦存量に逼迫することがあっても、定常点の近傍から離れたところで生じているかぎり、超過需要が発生する前に、それは自然消滅する形で抑

え込まれてしまうと考えることができる。

第2節において、この考え方を、コンピュータを用いた数値計算が適用できるように、整理する。次いで、第3節以降において、先の研究ノートで提示されたそれぞれの簡単な動学モデルの解曲線が、修正された要素価格調整の下で実行可能となること、すなわち解曲線の全局面が生産可能性領域の内部に留まること、が示される。

なお、本文中では、コンピュータによる数値計算結果に基づいて描いたグラフを用いて、直感的説明だけに言及をとどめた。本文中に取り上げた動学モデルの中身については、先の研究ノートとの重複を避けるため、立ち入った説明は省略した。他の場所 ([sun.econ.seikei.ac.jp/~fujigaki](http://sun.econ.seikei.ac.jp/~fujigaki)) に関する資料 (Mathematica version 10.4.1 を用いた数値計算結果) を掲載しておくので、興味に応じて参照されることを望みたい。

## 2. 修正された生産要素価格調整式

生産要素  $Z (= L, K, \text{労働と資本})$  の価格調整式は、先の研究ノート [1] ~ [4] では

$$\frac{d}{dt}W_z(t) = \lambda_z [Q_z(t) - E_z] \quad [\text{T}]$$

と仮定した。ここに、 $W_z$  は生産要素  $Z$  の価格、 $\lambda_z$  は調整速度係数、 $Q_z$  は  $Z$  の派生需要の総量、 $E_z$  は  $Z$  の初期賦存量である。右辺のカッコ内は、時点  $t$  での生産要素  $Z$  の超過需要量である。

この調整式を以下では次のように修正する。

$$\frac{d}{dt}W_z(t) = \frac{\sum \left[ \frac{d}{dt}X_i(t) \right]^2}{E_z - Q_z(t)} + \lambda_z [Q_z(t) - E_z] \quad [\text{NT}]$$

ここに、 $X_i(t), i = 1, \dots, n$ , は数量調整を受ける (製品生産量などの) 状態変数の時点  $t$  での数値である。

状態変数  $\{X_i(t), i = 1, \dots, n, W_L(t), W_K(t)\}$  が定常点の近傍にあってそこに近づくときには、調整式 [NT] の右辺の第1項の分子と分母はともに0に十分に近い値になるが、分子の次数は分母よりも大きく、したがって0に近づく速度は分子の方が分母よりも勝っていて、第1項全体としては0へ収束する。このときには右辺第2項も0に近づき、したがって右辺全体が0へと近づくので、価格水準の調整速度  $dW_z(t)/dt$  も0に向かう。こうして定常点の近傍においては、[NT] は [T] と同等の要素価格調整を定義している。

これに対して、いくつかの  $i = 1, \dots, n$  について  $|dX_i/dt| \gg 0$  が成立していて  $\{X_i(t)\}$  が定常点から離れているときには、かりに生産要素  $Z$  の需給が逼迫して  $E_z - Q_z (> 0)$  が0に近い値であったとしても、[NT] の右辺の第1項は (第2項は0に近い値であるから、したがって右辺全体も) 十分に大きな正值に留まる。この場合には、超過需要が顕在化する前の段階で、

生産要素価格の調整速度は増加に転じる。

その後の経過としては、

- 要素価格が上昇 → 製品生産の限界費用と平均費用が上昇
- 製品生産者の採算が悪化
- 製品生産量が減少
- 要素投入量（派生需要量）が減少
- 生産要素の需給逼迫は解消

というプロセスが、要素価格以外の状態変数の数量調整を通して、生じることになる。

こうして、[NT] による調整の下では、定常点の近傍以外のところでは、生産可能性領域の内部にある任意の状態はその領域の境界線上に乗ること（ましてや境界線を越えること）は起こり得ない。

生産要素価格の調整式を [T] から [NT] に変更したとき、先の研究ノート [1] ~ [4] の結果にどのような変更が及ぶのか。コンピュータを用いて動学モデルの数値計算を実行することで、次の結果を確認することができる。

結果1. 先の研究ノートの動学モデルによって規定される解曲線は、[T] の下では実行不可能 (infeasible) な部分を含むのに対して、[NT] の下ではすべての部分で実行可能 (feasible) である。すなわち、[T] の下では、解曲線には生産可能性領域の境界を超えて外側に飛び出してしまう部分があるのに対して、[NT] の下では、解曲線は生産可能性領域に完全に含まれ、そこから飛び出すことはない。

結果2. [T] と [NT] のいずれのケースにおいても、同一の初期点から開始される解曲線の終点(定常点)は同一である。

一点だけ注意が必要である。これらの結果が保証されるための必要条件としては、初期状態それ自体も実行可能であって、プロセスの開始点は、常に、生産可能性領域の内部に位置するのでなければならない。

### 3. 研究ノート [1] への適用

以下では、先の研究ノートにおける他の調整式は元のままとして、要素価格の調整式だけを [T] から [NT] に変えたときの分析結果の変化を示してみよう。要素価格調整式のこの修正によって解曲線のフィージビリティが保証されることを確認できよう。

### 3.1 生産要素 $L, K$ を投入して製品 $X, Y$ を生産消費する完全競争的な閉鎖市場経済のケース

はじめに研究ノート [1] の [図2-1] を取り上げる。

この図は、調整式の置き換えにともなって、[図1-2-1] のように修正される。[図1-2-1] において、破線で描かれた曲線は、調整式 [T] の下での始点をAとする解曲線、すなわち研究ノート [1] の [図2-1] に描かれたのと同じ解曲線であり、これは生産可能性フロンティア (PPF) から外にはみ出す部分を有している。

それに対して、実線で描かれた曲線は、[NT] の下での (同じ始点Aから開始される) 解曲線である。実線の解曲線は、始点から終点まですべての局面において、PPFの内部に収まっている。しかも図から明らかな通り、二つの解曲線の終点は、同一の定常点  $\Omega$  である。

二つの解曲線上での生産要素の派生需要量 (= 投入量) の変動をグラフに表すと、[図1-2-1-2] になる。ここでも、破線の曲線が調整式 [T] の下での、実線の曲線が [NT] の下での、初期時点から終期時点までの要素投入量の変動を表す。

破線の曲線の方には各要素  $L, K$  の初期賦存量 (ここではともに1を仮定している) を超えてしまう部分があるのに対して、実線の曲線の方はすべて初期賦存量以内で推移している。この図からも、解曲線は [T] の下では実行不可能であるのに対して、[NT] においては実行可能であることがわかる。

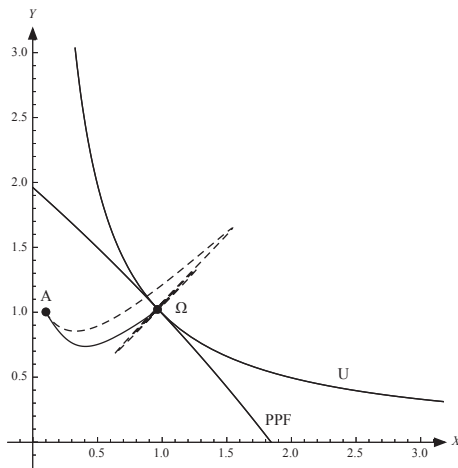


図 1-2-1

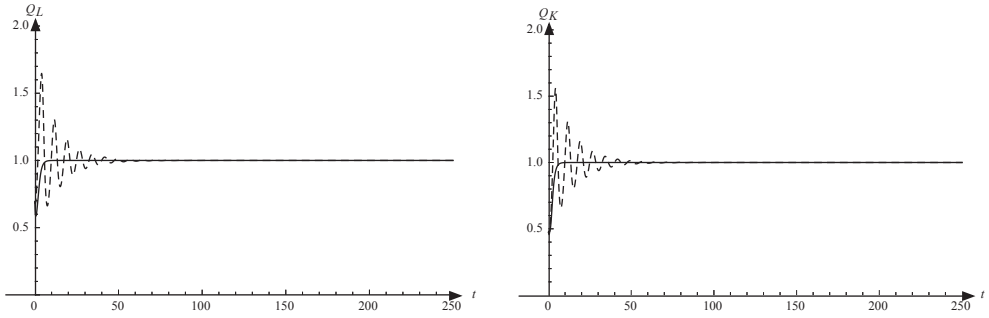


図1-2-1-2

### 3.2 環境税政策が実施されるケース，されないケースの比較

次に研究ノート[1]の[図3-4-1]を取り上げよう。この図は[図2-3-4-1]のように修正される。Aと $\Omega_1$ をつなぐ曲線は環境税政策が実施されるときの，Aと $\Omega_2$ をつなぐ曲線は環境税政策が実施されないときの，動学モデルの解曲線である。ここでも，破線は修正前 [T]，実線は修正後 [NT] での変化を示している。

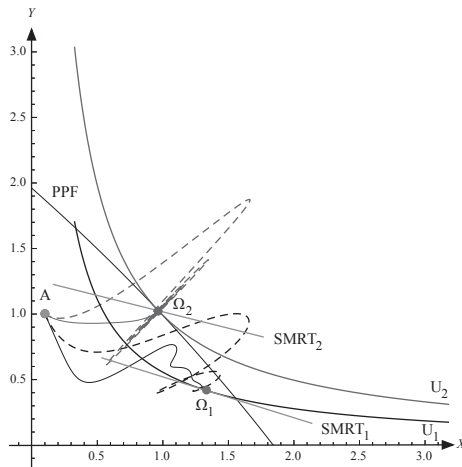


図2-3-4-1

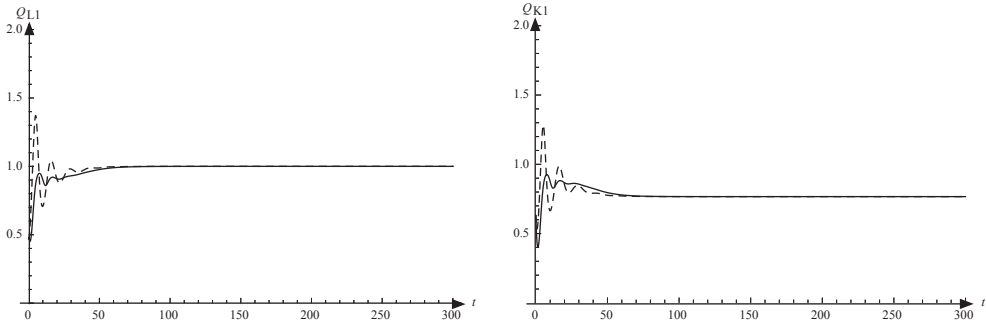


図2-3-4-2

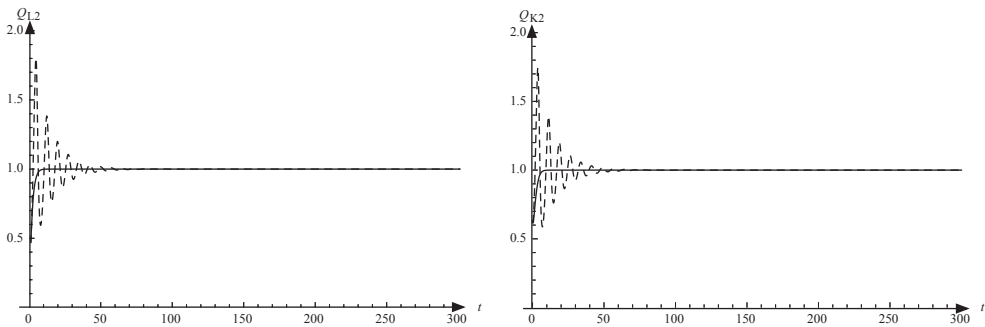


図2-3-4-3

[図2-3-4-2] と [図2-3-4-3] には、それぞれ、環境税政策が実施されるケース（添字1）と実施されないケース（添字2）における生産要素  $L, K$  の派生需要量（投入量） $Q_{Li}, Q_{Ki}, i = 1, 2$  の変動が示されている。破線は調整式 [T] の下、実線は [NT] の下での変動である。

この場合にも、注目すべき点は、調整式 [NT] の下では、解曲線上のすべての点は生産可能性領域内に維持されていること、すなわち実行可能であることである。

### 3.3 排出削減行為が可能であって環境税政策が実施されるケース、されないケースの比較

次に研究ノート [1] の [図3-4-1] を取り上げよう。

環境税政策が実施されるケースでは、環境税負担の節約を目的として、生産者は各自の排出削減行為を実行する可能性がある。研究ノート [1] の [図3-4-1] は、生産者のそうした排出削減行為が環境保全に関して有する意義を明らかにするものであるが、生産者の一連の行為にフィージビリティが保証されていないところにおいて、分析上の重大な課題が残されていた。

さて、調整式を [T] から [NT] に変更することで、この図は [図3-3-4-1] のように修正される。修正前 [T] の解曲線は破線で、修正後 [NT] の解曲線は実線の曲線で表されているが、確かに修正後の解曲線上のすべての点は生産可能性領域の内部に取まっていることを確認できる。

[図3-3-4-2] と [図3-3-4-3] は、それぞれ、環境税政策が実施されるケースと実施されないケースでの生産要素  $L, K$  の派生需要量（投入量）の変動を描いている。環境税を課される生産者が実施する排出削減行為によって、すべての生産要素が完全雇用されることがこの図から確認できる。ここでも、破線の曲線は調整式 [T] の下での、実線の曲線は調整式 [NT] の下での、要素投入量の変動であるが、前者は実行不可能、後者は実行可能であることを確認できる。

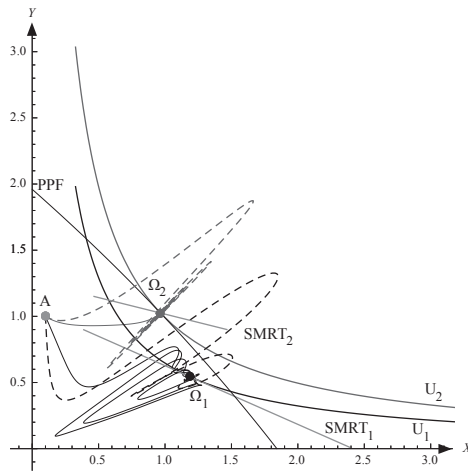


図3-3-4-1

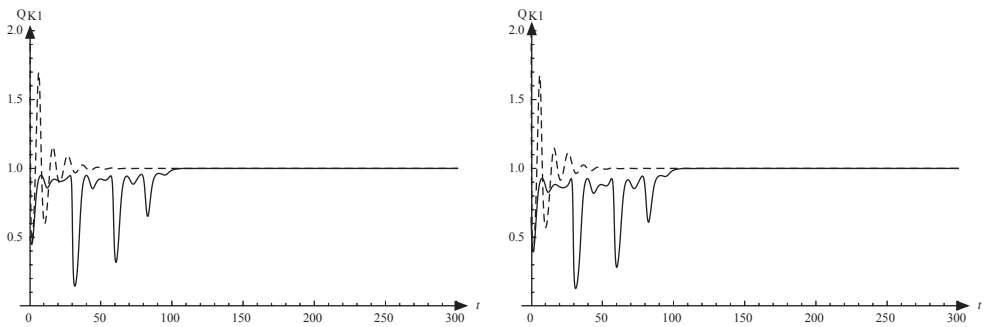


図3-3-4-2

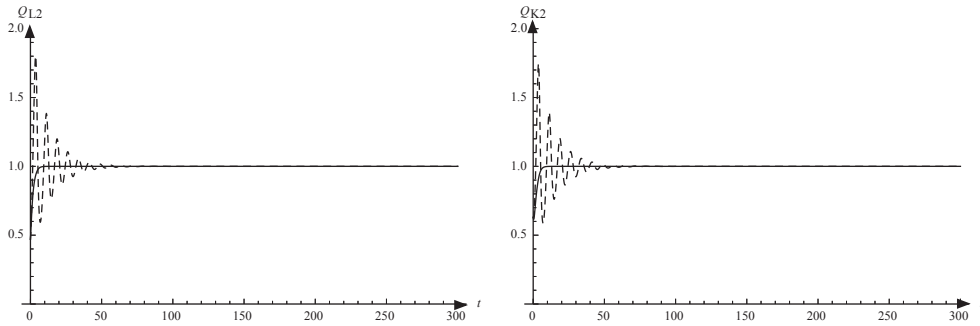


図3-3-4-3

研究ノート [1] では、静脈産業が環境費用削減に果たす役割についての分析や、環境汚染物質の地域間移動、拡散が国際的に引き起こす問題についての分析も行った。より発展的なこれらの分析についても、調整式を [T] から [NT] へと修正することによって解曲線のフィジビリティを保証できることを示し得る。ただし、その紹介は他の場所に譲ることとし、ここで取り上げることは省略する。

#### 4. 研究ノート [2] への適用

研究ノート [2] では、完全競争的な市場を有する二つの地域間の取引を考察するための動学モデルを用いて、「ヘークシャー・オリーンの定理」や「ストルパー・サムエルソンの定理」など古典的国際経済理論で説明される著名な結論が、このモデルの定常状態の下に、成立することを確認した。このモデルにおいても、定常点へといたる取引のプロセスの途上において、生産可能性領域からはみ出してしまう局面が現れるが、先の研究ノートでは、この点について特別の注意を払うことはなかった。

交易モデルの解曲線に実行不可能な部分が含まれるというこのモデルがもつ難点も、生産要素価格の調整式の変更によって解消可能である。本節では、研究ノート [2] に示された貿易三角形の図（[図6-1-1] と [図6-1-2]）を取り上げ、調整式の変更によって、解曲線に沿った取引のプロセスが実行可能になることを示すことにしよう。

さて、調整式を [T] から [NT] に変更することで、研究ノート [2] の貿易三角形の図は、次に示す [図4-6-1-1] と [図4-6-2-1] のように修正される。これらの図は、地域1および地域2の地域内生産と地域内消費（すなわち、国内生産量プラス他地域からの移入量）の変動を表している。点 $\Omega_i^p$ は地域 $i=1, 2$ における地域内生産の定常点であり、点 $\Omega_i^c$ は地域 $i=1, 2$ における地域内消費の定常点である。これまでと同様、修正前の解曲線は破線（実行不可能な部分を含んでいる）であり、修正後の解曲線は実線（生産可能性領域に収まっている）



である。

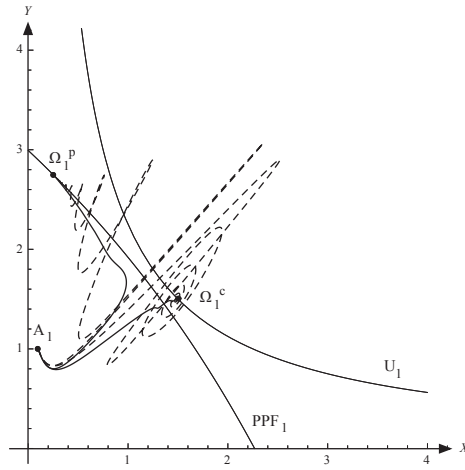


図4-6-1-1

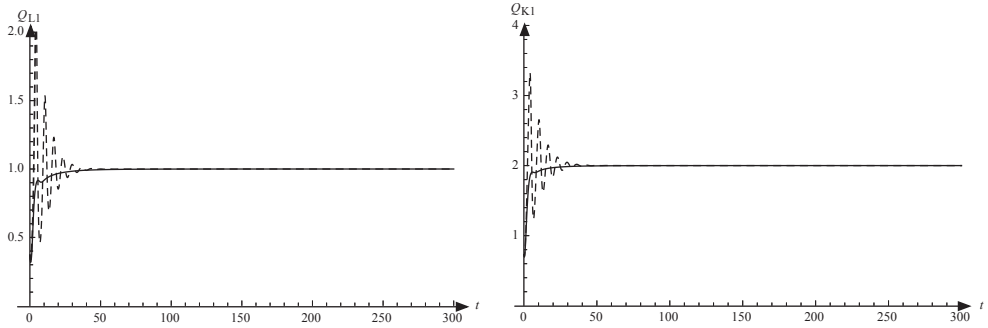


図4-6-1-2

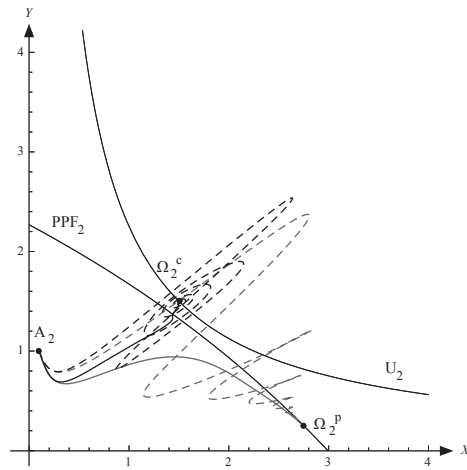


図4-6-2-1

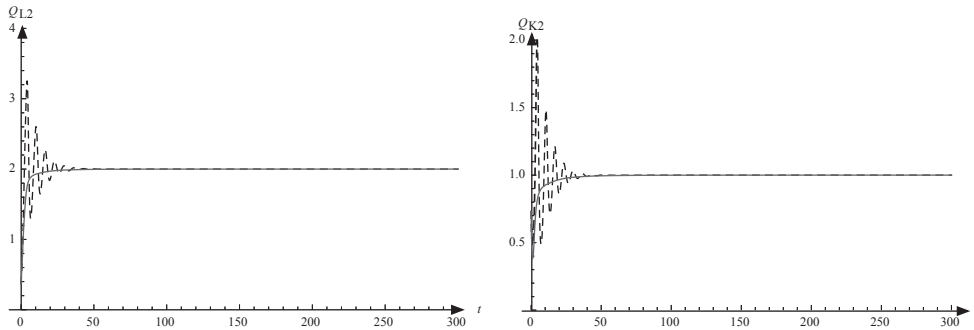


図4-6-2-2

## 5. 結びに代えて

以上、先の研究ノート [1] ~ [4] で提示したうちのいくつかの「簡単な動学モデル」は、生産要素の価格調整式を [T] から [NT] に取り替えることによって、もともとのモデルの定常点に影響を及ぼすことなく、それらの解曲線のフィージビリティを保证するように改訂できることを示してきた。ここに示した考え方は、先の研究ノートで取り上げられた、より発展的な他のすべての動学モデルにも、まったく同様な形で適用可能である。

人口増加や資本蓄積で生じる経済の動態的変化の究明には、時間軸上で進展していく実際の経済活動とそれらの間の相互依存関係を定式化する動学的分析枠組みを欠くことはできない。同様に、温室効果ガスや環境汚染物質の環境中への蓄積によって環境問題が深刻化して

いくプロセスの考察にも、時間軸に沿って実行される実際の間活動捉える分析枠組みが不可欠である。そうした意味において、用いられる分析手段は「模索過程」ではなく「非模索過程」としての特徴を有した動学モデルであることが求められる。本研究ノートで提示した考え方を基礎に、引き続き、環境問題、地域間交易、経済成長を含むより一般的な経済メカニズムに関する動学モデルの構築を目指したい。

(成蹊大学経済学部教授)

#### 参考文献

- [1] 藤垣芳文,「簡単な動学モデルによる地域環境問題と越境汚染問題についての一考察」,『成蹊大学経済学部論集』第45巻,第2号,2014
- [2] 藤垣芳文,「簡単な動学モデルによる地域間交易についての一考察(1)」,『成蹊大学経済学部論集』第46巻,第1号,2015
- [3] 藤垣芳文,「簡単な動学モデルによる地域間交易についての一考察(2)」,『成蹊大学経済学部論集』第46巻,第2号,2015
- [4] 藤垣芳文,「簡単な動学モデルによる地域間交易についての一考察(3)」,『成蹊大学経済学部論集』第47巻,第1号,2016